الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

BADJ-MOKHTAR-ANNABA UNIVERSTY

UNIVERSITE-BADJ-MOKHTAR-ANNABA



جامعة باجى مختار-عنابة

Année 2018

Faculté des Sciences

Département de Physique

THESE

Présenté en vue de l’obtention de diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCE

Par :

Kerbouche Messaouda

Etude des solitons Bragg dans les systèmes de transmission optique

Option : Matière et Rayonnement

DIRECTEUR DE THESE :	Yamina Hamaizi	M.C. Université d’Annaba.
CO-DIRECTEUR DE THESE :	Abdessetar El Akrmi	Prof. Université d’Annaba.

Devant le jury

PRESIDENT :	Houria Triki	Prof. Université d’Annaba.
EXAMINATEURS :	Mekki Aouachria	Prof. Université de Batna 1.
	Samia Bouzid	Prof. Université de Constantine.
	Abdelaziz Sid	Prof. Université de Batna 1.

Soutenue le : 24/01/2018

Dédicace

A mes chers parents : Kerbouche Mohamed et Mokhbi Torkia.

A mon mari : Bouchoukh Makhlouf

A mes enfants :

Lina, Aya, Nada, Yazan Abdellah

A mes sœurs et mes frères

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au sein du Laboratoire de Physique des Rayonnements du département de physique de l'université Badji Mokhtar Annaba.

Je tiens en premier à exprimer mes plus sincères remerciements à monsieur ***Abdessetar El Akrmi****, professeur à l'université Badji Mokhtar Annaba, et ancien directeur du Laboratoire de physique des rayonnements de m'avoir accueilli au sein du laboratoire(LPR). Je le remercie encore pour son aide, ses qualités humaines et son soutien permanent.*

Je remercie chaleureusement Madame ***Yamina Hamaizi*** *, Maître de Conférences à l'université Badji Mokhtar Annaba, d'avoir accepté de diriger ce travail de thèse. Je la remercie pour sa gentillesse, son aide, ses précieux conseils et sans oublier ses encouragements permanents.*

*Ce travail a largement bénéficié des compétences et du soutien d'****Houria Triki****, professeur à l'université Badji Mokhtar Annaba. Je la remercie profondément pour sa gentillesse, ses encouragements ainsi que pour l'aide précieuse qu'elle m'a apportée tout au long de ce travail.*
Je la remercie encore une fois de m'avoir honoré en acceptant de présider le jury de soutenance de cette thèse.

Je remercie vivement Monsieur **Mekki Aouachria,** *professeur à l'Université de Batna1, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et aussi pour avoir accepté d'être un membre de jury de cette soutenance.*

J'adresse aussi mes respectueux remerciements à Monsieur **Abdelaziz Sid,** *professeur à l'Université de Batna1, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être examinateur dans ce jury.*

Je veux adresser mes vifs remerciements à Madame ***Samia Bouzid****, professeur à l'Université de Constantine, pour avoir accepté de faire partie du jury de soutenance.*

Je tiens à remercie également monsieur ***Mezghiche Kamel****, Maître de Conférences au centre universitaire Souk Ahras, pour son aide et ses encouragements.*

Merci à tous les membres du laboratoire de physique des rayonnements avec lesquels j'ai passé d'agréables moments en particulier ***Saida*** *et* ***Fahima****. Merci pour leur soutien et leurs encouragements.*

Enfin je remercie du fond du cœur l'ensemble de mes proches, en particulier mon mari, mes enfants, mes parents, pour leur soutien et leur amour de chaque instant….
Aussi, je n'oublie pas mes voisines ***Salwa*** *et* ***Houria*** *qui ont toujours été à mes côtés pour m'aider et me remonter le moral dans les moments de doute…….*

Bonne lecture à ceux qui auront le courage d'aller encore plus loin

ملخص

ان دراسة انتشار الامواج المنفردة في الناقلات البصرية يعد موضوع بحث جوهري ودو اهمية بالغة خاصة في مجال الاتصالات البصرية عالية التدفق. في هدا المجال يهتم هدا العمل بالدراسة النظرية لديناميكية الانتشار الاخطى لأمواج براغ المنفردة داخل شبكة براغ الليفية في نضام الفمتو ثاني (femto-seconde) ، حيث يوصف انتشار النبضات بمعادلة لا خطية دات انماط متزاوجة (NLCM) و هي اكثر تعقيدا لوجود حدود لاخطية من الدرجات العليا (الثانية و الرابعة و السادسة). لحل هده الجملة من المعادلات الغير تكاملية، استعنا بالطريقة الرياضية (Analyse à échelle multipliée) لغرض اختصار هده الجملة من المعادلات المتزاوجة الى معادلة وحيدة تسمى معادلة شرودينغر الاخطية المضطربة (PNLS). هده المعادلة تصف انتشار النبضات بالقرب من المنطقة العازلة لشبكة براغ (PBG). قمنا بعدها بتطبيق (la fonction de l'amplitude complexe combinée) لإيجاد الحلول الدقيقة لهده المعادلة المعقدة التي تحتوي علي حدود لا خطية من الرتبة العالية (Non-Kerr) وعلي حدود عالية من التبدد الخطي من الرتبة الثالثة و الرابعة. الحلول التي تحصلنا عليها هي من نوع امواج براغ المنفردة مظلمة و مضيئة. من ناحية اخرى قمنا على العموم بتبين شروط وجود هده الحلول و معاملاتها الفزيائية المهمة مثل الشدة و عرض النبضة.

الكلمات المفتاحية :

الضوء الاخطي ، الموجة المنفردة لبراغ ، شبكة براغ ، انضمة الاتصال البصري.

Abstract

The study of the propagation of soliton waves in optical waveguides constitutes a fundamental and very interesting subject of research, particularly in the field of high-debit optical transmissions. In this context, this work focuses on the theoretical study of the nonlinear propagation dynamics of Bragg solitons in a fiber Bragg grating in femtosecond regime, where the propagation of the pulses is modeled by a system of coupled mode equations (NLCM), more complicated with high order terms of cubic, quantic and septic nonlinearities. In order to solve this non integrable system of equations, we have used the multiple scales analysis methods to reduce the system of coupled nonlinear equations (NLCM) into a well-known perturbed nonlinear Schrödinger equation (PNLS) that describes the nonlinear pulse propagation at the edges of the PBG structure. Then we applied the function of the combined complex amplitude, to solve this complicated equation which contains higher order nonlinear effects such as the quintic and septic non-Kerr terms, and higher order linear effects such as third- and fourth-order dispersions. The solutions obtained are Bright and dark Bragg solitary wave type. In addition, parametric conditions for the existence of these solutions have been presented. We have also calculated the important and interesting physical parameters such as power and pulse width for Bragg solitons.

Key Words :

Nonlinear optics, Bragg solitons, Bragg gratings, Optical transmission systems.

Résumé

L'étude de la propagation des ondes de types solitons dans les guides d'ondes optiques constitue un sujet de recherche fondamental et très intéressant, en particulier dans le domaine des transmissions optiques à haut débit. Dans ce contexte, ce travail s'intéresse à l'étude théorique de la dynamique de propagation non-linéaire des solitons Bragg dans un réseau de Bragg fibré en régime femto-seconde, où la propagation des impulsions est modélisée par un système d'équations des modes couplés (NLCM), plus compliqué avec des termes d'ordre élevé de non linéarité de troisième, cinquième et septième ordre. Afin de résoudre ce système d'équations non intégrable, nous avons utilisé en premier la méthode perturbative multi-échelle qui a permis la réduction de ce système d'équations non linéaire couplées (NLCME) en une équation dite « équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) ». Cette dernière décrit la propagation non linéaire des impulsions aux bords de la zone du gap de la bande photonique. La résolution de cette équation compliquée contenant des termes non-Kerr et des termes de dispersion de troisième et quatrième ordre a nécessité l'application de la fonction de l'amplitude complexe combinée. Les solutions obtenues sont de type solitons noirs et brillants. En outre, nous avons également présenté les conditions d'existence de ces solutions ainsi que leurs importants paramètres physique tels que la puissance et la largeur de l'impulsion.

Mots clés

Optique non-linéaire, Solitons de Bragg, Réseau de Bragg, Systèmes de transmission optique.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE…………………………………………………………1

<u>CHAPITRE : I</u> ***GENERALITE SUR L'OPTIQUE NON LINEAIRE***

I.1. Introduction..7

I.2. Structure de base d'une fibre optique …………………………………………….8

I.3. Caractéristiques principales d'une fibre optique…………………………………...9

I.3.1. L'atténuation……………………………………………………………………10

I.3.2. La dispersion chromatique………………………………………………………11

I.4. L'optique non linéaire………………………………………………………………..12

I.4.1. Introduction…………………………………………………………………..12

I.4.2. Polarisation linéaire et non linéaire d'un milieu…………………………………...14

I.4.3. Les effets non- linéaires dans les fibres optiques…………………………………15

I.4.3.1. L'effet Kerr optique……………………………………………………15

I.4.3.1.a. L'auto-modulation de phase (SPM)……………………………16

I.4.3.1.b. La modulation de phase croisée (XPM)………………………..17

I.4.3.1.c. Le mélange à quatre ondes (FWM)……………………………..17

I.4.3.1.d. L'instabilité modulationnelle (IM)……………………………..18

I.4.3.2. Diffusions inélastiques Raman et Brillouin stimulées……………………..18

I.5. Equation de propagation non-linéaire……………………………………………19

I.5.1. L'équation de Schrödinger non linéaire simple……………………………………21

I.5.2. Différents régimes de propagation…………………………………………………22

I.5.3. Différents types des impulsions optiques…………………………………………23

I.6. Résolution numérique de l'équation de Schrödinger………………………………...24

I.7.Conclusion……………………………………………………………………………..26

I.8.References……………………………………………………………………………..27

<u>CHAPITRE : II</u> ***GENERALITE SUR LES RESEAUX DE BRAGG A FIBRE OPTIQUE.***

II.1. Introduction………………………………………………………………………….30

II.2. Définition d'un réseau de Bragg……………………………………………………30

II.3. Méthodes d'inscription……………………………………………………………...31

II.3.1. Méthode holographique transverse……………………………………………31

II.3.2. Méthode du masque de phase…………………………………………………….32

II.4. Différents types des réseaux de Bragg……………………………………………..33

II.5. Domaines d'applications des réseaux de Bragg……………………………………...35

II.5.1. Domaine des télécommunications……………………………………………….35

II.5.2. Domaine des capteurs……………………………………………………………36

II.5.2.1. Dépendance de la longueur d'onde de Bragg à la température………………37

II.5.2.2. Dépendance de la longueur d'onde de Bragg à la contrainte………………..38

II.5.2.3. Dépendance de la longueur d'onde de Bragg à une pression hydrostatique…39

II.6. Approche théorique et modélisation des réseaux de Bragg…………………………39

II.6.1. Théorie des modes couplés……………………………………………………….40

II.6.2. Modélisation des réseaux de Bragg………………………………………………42

II.6.3. Solution des équations des modes couplés……………………………………….43

II.6.3.1. Réseaux de Bragg uniformes…………………………………………….44

II.6.3.2. Réseaux de Bragg non uniformes………………………………………..47

II.6.4. Calcul du délai de groupe et de la dispersion……………………………………48

II.7. Conclusion……………………………………………………………………………...49

II.8. Références………………………………………………………………………………50

.

<u>CHAPITRE : III</u> *THEORIE DES SOLITONS*

III.1. Introduction………………………………………………………………………...53

III.2. Rappel historique………………………………………………………………….53

III.3. Différents types de solitons optiques……………………………………………56

III.3.1. Solitons temporels……………………………………………………...57

III.3.1.1. Soliton brillant………………………………………………….57

III.3.1.2. Soliton noir……………………………………………………..58

III.3.2. Solitons spatiaux……………………………………………………….59

III.3.3. Billes de lumière………………………………………………………..59

III.4. Solitons Bragg………………………………………………………......60

III.4.1. Equation des modes couplés non linéaires……………………………...61

III.4.2. Solutions linéaires.……………………………………………………...64

III.4.3. Solutions non linéaires (Gap soliton)…………………………………...66

III.4.4.Relation entre NCME et NLSE…………………………………………67

III.5. Caractérisation des solitons optiques……..…………………………………68

III.5.1.Influance des pertes……………………………………………………..69

III.5.2.Interaction entre les solitons…..………………………………………..70

III.5.2.1.Interaction entre deux voisins solitons d’ordre 1…………………………71

III.5.2.2.Solitons d’ordre élevés.……………………………………………72

III.5.2.3.Interaction entre deux solitons d’ordre 2…………………………….74

III.6. Conclusion……………………………………………………………………..75

III.7. Références……………………………………………………………………..76

<u>CHAPITRE : IV</u> ***PROPAGATION DES SOLITONS BRAGG ET NON-LINEARITE ELEVE***

IV.1. Introduction………………………………………………………………………...79

IV.2. Equations des modes couples ……………………………………………………...80

IV.3. Equation de Schrödinger non-linéaire perturbée (PNLS). ………………………...82

IV.4. Résolution de l'équation non-linéaire perturbée (PNLS)………………………….87

IV.5. Solutions possibles des solitons Bragg...91

IV.6. Conclusion……………………………………………………………………..92

IV.7. Références…………………………………………………………………….....94

CONCLUSION GENERALE……………………………………………………………96

Liste des figures

Figure (I.1) : Structure d'une fibre optique………………………………………………...8

Figure (I.2) : Différentes types de fibre optique (a) fibre multi modes à saut d'indice,
(b) fibre multi mode à gradient d'indice, (c) fibre monomode………………………………...9

Figure (I.3) : Courbe d'atténuation dans une fibre standard en silice monomode…………...10

Figure (I.3) : Effet de dispersion sur l'impulsion optique…………………………………...11

Figure (I.4) : La génération d'onde Stokes et anti-Stokes par l'effet Raman………………..18

Figure (I.5) : Représentation schématique de la méthode de splite-step- Fourier…………...25

Figure (II.1) : Principe d'un réseau de Bragg………………………………………………..30

Figure (II.2) : Principe du montage de la méthode holographique transverse……………….32

Figure (II.3) : Principe du montage de la méthode du masque de phase…………………….33

Figure (II.4) : Principaux types de réseaux de Bragg………………………………………..34

Figure (II.5) : (a) Filtre passe bande à réseau de Bragg associé avec un circulateur,
(b) Multiplexeur à réseau de Bragg associé avec deux circulateurs…………...36

Figure (II.6) : Compensateurs de la dispersion chromatique à réseau de Bragg chirpé……..36

Figure (II.7) : Principe physique d'un capteur à réseau de Bragg…………………………...37

Figure (II.8) : Réflexion et transmission des modes guidés dans un réseau de Bragg………44

Figure (II.9) : La réflectivité d'un réseau de Bragg uniforme pour différents valeurs de L…46

Figure (II.10): La réflectivité d'un réseau de Bragg uniforme pour différents valeurs de Δn.46

Figure (II.11) : Principe de la méthode des matrices de transfert……………………………48

Figure (III.1) : Simulation de l'observation de J.S. Russell…………………………………54

Figure (III.2) : Evolution d'un soliton fondamental brillant dans une fibre optique………..58

Figure (III.3) : Evolution d'un soliton fondamentale noir dans une fibre optique…………..59

Figure (III.4) : Courbe de dispersion, montrant une bande interdite PBG…………………..65

Figure (III.5) : Evolution d'un soliton fondamental dans une fibre optique, (a) sans perte, (b) avec perte…………………………………………………………………………….. 69

Figure (III.6) : Evolution d'une paire de soliton d'ordre 1 à différentes valeurs des paramètres ($q, \rho, \theta,$)………………………………………………………………………71

Figure (III.7) : (a) Evolution d'un soliton d'ordre 2, **(b)** Evolution d'un soliton d'ordre 3…73

Figure (III.8) : (a) Interaction entre deux solitons d'ordre 2 pour q=3, **(b)** Profil de l'interaction……………………………………………………………………………...74

Figure (III.9): (a) Interaction entre deux solitons d'ordre 2 pour q=1.5, **(b)** Profil de l'interaction……………………………………………………………………………...75

Liste des symboles

$\vec{E}$	Champ électrique.
$\vec{H}$	Champ magnétique.
$\vec{B}$	L'induction magnétique.
$\vec{D}$	L'induction électrique.
M	La magnétisation
. P	La polarisation.
$\vec{P}_{L}$	Polarisation linéaire.
$\vec{P}_{NL}$	Polarisation non linéaire.
$\chi(1)$	Susceptibilité linéaire du milieu.
$\chi(2)$	Susceptibilité d'ordre 2 du milieu.
$\chi(3)$	Susceptibilité d'ordre 3 du milieu.
$\vec{j}$	Vecteur de la densité de courant.
ρ	Densité de charge.
σ	Conductivité électrique.
ε_0	Permittivité du vide.
μ_0	perméabilité du vide.
ω	Fréquence de l'onde.
c	Célérité de la lumière dans le vide.
$\alpha(\omega)$	Le coefficient d'atténuation linéique.
A_{eff}	L'aire effective du mode guidé.
$n(\omega)$	L'indice de réfraction.

$B(\omega)$	La constante de propagation.
L_D	La longueur de dispersion.
L_{NL}	La longueur non linéaire.
k	Vecteurs d’onde.
ϕ	Phase linéaire de l’onde.
Φ_{NL}	Phase non linéaire de l’onde.
I	Intensité de l’onde.
$\gamma(\omega)$	Le coefficient non linéaire.
t	Temps de propagation.
N	L’ordre de soliton.
P_0	La puissance crête de l’impulsion.
B_2	Paramètre de dispersion de deuxième ordre.
n_{eff}	Indice effectif du réseau de Bragg.
λ_B	La longueur de Bragg.
Λ	Le pas du réseau.
τ_r	Le délai de groupe.
κ	Coefficient de couplage.

Abréviations

FWM	Mélange à quatre ondes.
SPM	Auto-modulation de phase.
XPM	Modulation de phase croisée.
SRS	Diffusion Raman stimulée.
SBS	Diffusion Brillouin stimulée.
MI	Instabilité de modulation.
GVD	Dispersion de la vitesse de group
KdV	Equation de Korteweg-de-Vries.
FBG	Réseau de Bragg fibré.
PBG	Bonde photonique interdite
NLS	Equation non-linéaire de Schrödinger.
NLCM	Equation des modes couplés non-linéaires.
PNLS	Equation non-linéaire de Schrödinger perturbée.
SSF	Méthode de Fourier à pas divisé.
TMM	La méthode des matrices de transfert.

Introduction générale

La communication à distance a toujours été un souci majeur pour l'humanité et le développement des moyens et des techniques permettant le transfert d'informations n'a cessé d'évoluer dans le temps. Au début, l'homme ne pouvant utiliser que des signaux sonores et visuels a vu que ces techniques répondaient seulement à des besoins de voisinage et ne permettaient que la transmission de messages rudimentaires. Il a fallu attendre le 19^{iem} siècle avec l'invention du télégraphe électrique en 1837 par Samuel Morse, puis l'invention du téléphone en 1875 par Alexander Graham Bell qu'on a pu assister a la naissance des télécommunications modernes et depuis une vraie révolution a suivie en prenant de l'ampleur de jour en jour.

L'utilisation des systèmes de transmission sur câble durant le 19^{ièm} siècle a amélioré les performances du monde de la communication, mais ce qui a suscité un grand intérêt reste la recherche de la qualité et le débit de la transmission. Le développement des systèmes de communication à fibre optique au milieu du 20^{ièm} siècle a complètement révolutionné ce domaine. En effet l'idée d'utiliser la lumière comme porteuse de l'information surgit de nouveau en 1960 avec l'invention du laser [1]. Actuellement la fibre optique représente le meilleur moyen pour transporter de très hauts débits d'information numérique sur de longues distances cependant, elle reste confronté à deux types de limitations majeures qui sont l'atténuation et la dispersion.

Ces limitations peuvent s'affranchir par l'introduction d'un nouveau concept « soliton », découvert pour la première fois par l'ingénieur écossais John Scott Russell en 1834 [2]. Le soliton optique a été découvert théoriquement par Hasegawa et Tappert en 1973 [3], puis son observation expérimentale en 1980 a été démontrée par Mollenauer et al [4]. Le soliton ou l'onde solitaire est un phénomène physique apparu dans les milieux non-linéaires et dispersifs, défini comme une perturbation localisée pouvant se propager sans déformation sur de longues distances, et ne perdant rien de ses caractéristiques ni par amortissement, ni par effet de choc éventuel avec une perturbation de même nature. C'est pour cela que la technique de transmission par solitons optiques est une alternative attrayante pour l'optimisation des performances et l'élimination des pertes de propagation.

Après la découverte du soliton optique, de nombreux laboratoires de recherche en transmission de l'information ont travaillé sur la dynamique non-linéaire et la stabilité des solitons dans les guides d'ondes optiques tels que les réseaux de Bragg fibrés. Comme de nombreux guides d'ondes optiques, les réseaux de Bragg fibrés sont susceptibles de donner lieu à la propagation d'ondes solitaires. Ce phénomène a été mentionnée pour la première fois en 1987 par Chen et Mills sous la forme d'un soliton particulier appelé « soliton Bragg » [5]. Le soliton Bragg peut se propager sans déformation dans le réseau avec des fréquences située dans la bande interdite dite (Gap soliton), ou proches mais en dehors de celle-ci. Théoriquement, la propagation des impulsions optiques dans le réseau de Bragg est modélisée par les équations des modes couplées non-linéaires (NLCE) [6], et les solitons Bragg sont les solutions analytiques de ces équations. En recherchant des solutions situées exactement au centre de la bande interdite, Christodoulides et Joseph sont les premiers à avoir développé une méthode basée sur le modèle de Thirring massif [7]. Les travaux d' Aceves et Wabnitz [8] viennent compléter cette méthode et ont pu la généraliser pour n'importe quelle position dans la bande interdite.

Récemment plusieurs études théoriques et numériques ont été réalisées pour clarifier et classifier les conditions de génération des solitons Bragg, et la dynamique non-linéaire de leur propagation. Pour cet objectif notre contribution a une vision purement théorique. Elle est axée sur l'étude analytique de l'existence des ondes solitaires dans un réseau de Bragg fibré en régime femto-secondes, où la propagation des impulsions est modélisée par un système d'équations des modes couplés comportant des termes d'ordre élevé de non linéarités de troisième, cinquième et septième ordre. Les applications physiques de ce modèle se situent dans un domaine de pointe qui est celui de la génération des solitons Bragg dans un milieu fortement non linéaire comme le verre de chalcogénure. Ce type de verre présente non seulement des non-linéarités de troisième et cinquième ordre mais aussi de septième ordre. Afin de résoudre ce système d'équations non intégrable, nous avons utilisé en premier la méthode perturbative multi-échelle qui a permis la réduction de ce système d'équations non linéaire couplées (NLCME) en une équation dite l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) [9]. Ensuite on a appliqué la fonction de l'amplitude complexe combinée [10] pour trouver les solutions exactes de cette équation.

Ce manuscrit est organisé comme suit :

Le premier chapitre présente un rappel général sur la théorie de propagation des ondes optiques dans la fibre optique comme guide d'onde dispersif et non-linéaire. Cette propagation est modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire, qui peut facilement être résolue numériquement par la méthode Split-Step-Fourier.

Le deuxième chapitre a été consacré à une étude générale sur les réseaux de Bragg fibrés, composants couramment utilisés pour leurs propriétés de réflectivité sélective en fréquence, comme senseurs ou comme filtre spectral de la lumière. Aussi la méthode analytique des modes couplés qui modélise la propagation dans ces structures périodiques a été présentée dans un contexte où les effets non-linéaires affectant la propagation ont été négligés.

Le troisième chapitre présentera en premier un rappel historique sur le concept soliton. La dynamique de propagation des différents types de solitons optiques pouvant se propager dans une fibre optique et modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire comportant les effets linéaires et non-linéaires sera largement développée. Une autre partie du chapitre concernera la propagation des solitons de Bragg dans la structure FBG. Aussi, l'utilisation de la méthode numérique *Split-Step-Fourier* Method (SSFM) dans notre contribution concernera l'étude de l'impact des différents effets qui affectent la transmission optique par soliton.

Le dernier chapitre a été totalement consacré à la présentation de nos différents résultats obtenus dans ce travail et qui concerne l'étude de la dynamique non-linéaire de la propagation des ondes solitaires dans un réseau de Bragg fibré dans un milieu à non linéarité élevée.

Finalement une conclusion détaillée et des perspectives viendront clôturer ce travail.

REFERENCES

[1] Jürgen c. Schlesinger. "Optical fibers research advances", nova science publishers, Inc (2007).

[2] J. S. Russell Report on waves "Report of the fourteenth meeting of the british association for advancement of science", Londres, 311-390, Plates XLVII-LVII (1844).

[3] A.Hasegawa and F.Tappert "transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers .I. Anomalous dispersion", Appl. Phys. Lett. 23, 142-144 (1973).

[4] L.F.Mollenauer, R.H.Stolen, and J.P.Gordon, "Experimental observation of picoseconds pulse narrowing and solitons in optical fibers", Phys. Rev. Lett. 45, 1095 (1980).

[5] W.Chen and D.L.Mills, "Gap solitons and the nonlinear optical response of superlatices" Phys. Rev. Lett. 58 (2), 160 (1987).

[6] J. E. Sipe and H. G. Winful; "Nonlinear Schrödinger solitons in a periodic structure", Opt. Lett. 13 132-3(1988).

[7] D. N. Christodoulides et R. I. Joseph. « Slow Bragg solitons in nonlinear periodic structures ». Phys. Rev. Lett. 62 (15), 1746 (1989).

[8] A.B. Aceves and S. Wabnitz, ''Self-induced transparency solitons in nonlinear refractive periodic media'', Phys. Lett. 141 37-42(1989).

[9] C.M. Bender, S. Orszag, "Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers", McGraw-Hill, New York, (1978).

[10] Z. Li, L. Li, H. Tian, G. Zhou, "New types of solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation", Phys. Rev. Lett. 84, No. 18 4096-4099(2000).

Chapitre : I

GENERALITES SUR L'OPTIQUE NON LINEAIRE

I.1. INTRODUCTION

Depuis les années 1970 et avec l'invention du laser en 1960, la fibre optique a attiré de plus en plus d'attention, en raison de son importance scientifique et technologique. Dans le domaine de la communication, elle représente assurément le meilleur moyen actuel pour transporter de très hauts débits d'informations numériques. Cette technologie constitue aujourd'hui une alternative rentable pour les transmissions de données sur de longues distances, grâce à de nombreux avantages (bande passante très grande, pertes très faibles, immunité accrue en regard des interférences électromagnétiques, avantages en matière de confidentialité et de sécurité, etc.) [1,2]. En plus de son rôle de guidage, La fibre optique est à la base de la réalisation de plusieurs composants optiques, tels que les filtres, les réseaux de Bragg, les amplificateurs, les capteurs, les modulateurs, les coupleurs,… etc.

En effet, la propagation d'une impulsion lumineuse de forte intensité dans une fibre optique, peut générer un grand nombre d'effets non linéaires dont la diffusion Brillouin stimulée (SBS), la diffusion Raman stimulée (SRS) et les effets Kerr optiques. L'effet Kerr optique, qui est essentiellement une modification de l'indice de réfraction dépendant de la puissance optique, mène à de nombreux effets secondaires, tels que l'auto modulation de phase (SPM) et l'intermodulation de phase (XPM), le mélange à quatre ondes (FWM) ou l'instabilité de modulation (MI) [3].Ces différents effets non-linéaires compliquent énormément l'utilisation de la fibre mais d'un autre côté ils sont à l'origine de plusieurs applications intéressantes, telles que la régénération tout-optique, la conversion longueur d'onde, la génération de super continuum [3 ,4], etc. Cependant l'utilisation des dispositifs à base de fibres optiques non-linéaires a révolutionné les systèmes de communications et les besoins dans ce domaine vont probablement encore augmenter très fortement dans un avenir proche.

Dans ce chapitre nous donnons un rappel général sur les propriétés fondamentales, physiques et géométriques des fibres optiques. En premier, nous allons présenter les différents paramètres caractérisant la transmission par fibre optique telles que l'atténuation et la dispersion puis la deuxième partie de ce chapitre sera consacré à l'étude théorique de la propagation d'une impulsion lumineuse dans une fibre optique décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE). Apres présentation des notions de base sur l'optique non

linéaire nous détaillerons particulièrement les principaux effets non linéaires ayant lieu dans la fibre optique.

I.2. STRUCTURE DE BASE D'UNE FIBRE OPTIQUE

La fibre optique est un guide d'onde diélectrique de forme cylindrique, composé d'un cœur de silice (SiO_2), entouré d'une gaine également en silice. L'ensemble est généralement recouvert par une gaine protectrice en plastique, figure (I.1).

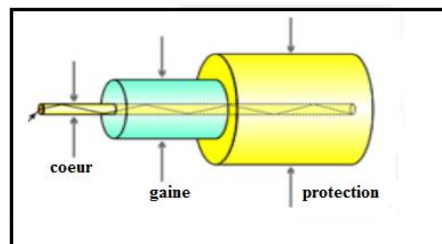


Figure (I.1). Structure d'une fibre optique [5].

Le guidage de la lumière dans une fibre optique est assuré par une succession de réflexions totales des rayons lumineux à l'interface cœur-gaine, condition qui sera respectée si l'indice de réfraction du cœur est légèrement plus élevé que celui de la gaine (différence de quelques millièmes). Le dopage du cœur avec l'oxyde de germanium GeO_2 ou l'oxyde de phosphore P_2O_5 permet l'augmentation de son indice de réfraction alors que l'ajout de la Fluorine pour la gaine permet de le diminuer. Il y a plusieurs types de fibres optiques qui diffèrent les unes des autres selon leur géométrie et leurs propriétés optiques et les plus utilisées sont les fibres monomodes et les fibres multimodes à saut ou à gradient d'indice. Pour les fibres « à saut d'indice », l'indice est constant et homogène dans le cœur et la gaine mais varie de manière discontinue à leur interface. Dans le cas des fibres « à gradient d'indice », l'indice décroit de manière continue du centre jusqu'à l'interface cœur-gaine [5].

La figure (I.2) montre la propagation de la lumière dans les trois différents types de fibres avec l'évolution de leurs profils d'indices de réfraction. On constate que la fibre monomode possède un cœur très fin (~10µm) et n'admet ainsi qu'un seul mode de propagation et permet

une bonne transmission dans la fibre. En raison de leur faible atténuation elle reste la plus utilisée à l'heure actuelle pour des transmissions de données rapides et sur de grandes distances. Par contre les fibres multimodes (à saut ou à gradient d'indice) ont un cœur de diamètre plus important (50 µm -200 µm), qui permet la propagation de plusieurs modes avec une atténuation importante et leur utilisation reste limitée pour des bas débits ou des courtes distances.

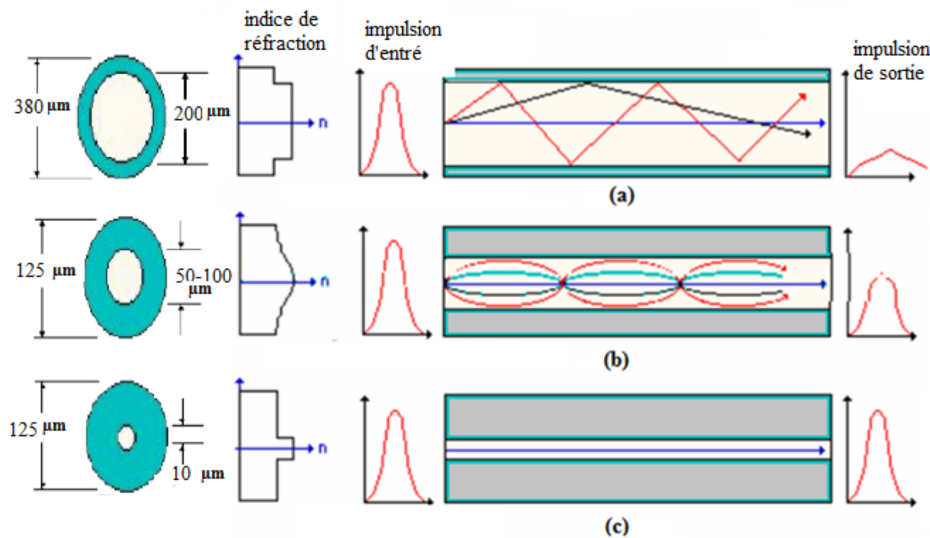


Figure (I.2). Différents types de fibre optique (a) fibre multi modes à saut d'indice, (b) fibre multi modes à gradient d'indice, (c) fibre monomode [5].

I.3. PRINCIPALES CARACTERISTIQUES D'UNE FIBRE OPTIQUE

I.3.1. Atténuation

Au cours de sa propagation dans la fibre optique, la puissance lumineuse d'une impulsion s'atténue progressivement. Cette atténuation s'exprime par une valeur en (dB/km).Soient P_E et P_S les puissances à l'entrée et à la sortie d'une fibre de longueur L. L'atténuation linéaire se traduit par une décroissance exponentielle de la puissance en fonction de la longueur de fibre :

$$P_S = P_E \, e^{-\alpha L} \tag{I.1}$$

Où α représente le coefficient d'atténuation linéique (m^{-1}). On utilise souvent le coefficient α_{dB} exprimé en (dB/km) et relié à α par :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L}\log\left(\frac{P_S}{P_E}\right) = 4.343\alpha \qquad \text{(I.2)}$$

L'atténuation de la fibre a plusieurs origines [3-6]. On citera notamment l'absorption intrinsèque de la silice, la diffusion Rayleigh, la diffusion par les inhomogénéités de la fibre et l'absorption par des impuretés présentes dans la fibre, majoritairement les ions OH^-. L'atténuation a également une origine mécanique : courbures, micro-courbures ou fluctuations du diamètre de la fibre mais aussi les épissures (zones de jonctions entre la fibre et un autre élément de la liaison donnant lieu à de la diffusion ou de la réflexion).

La figure (I.3) présente la courbe d'atténuation d'une fibre en silice standard monomode.

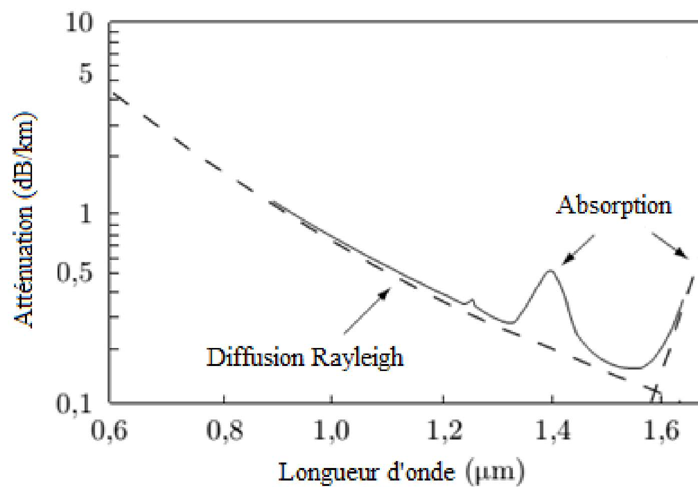


Figure (I.3). Courbe d'atténuation dans une fibre standard en silice monomode [6].

Comme on peut le voir sur la figure (I.3), l'atténuation varie suivant la longueur d'onde. La diffusion Rayleigh limite les performances dans le domaine des courtes longueurs d'onde (domaine du visible et du proche infrarouge) et le pic d'absorption, dû à la présence d'ions OH^- dans la silice, limite les performances autour de 1400 nm. Dans ces conditions l'atténuation typique des fibres classiquement utilisées en télécommunications est de 0.2 dB/km à 1550 nm [3, 5, 7].

I.3.2. Dispersion chromatique

Au cours de sa propagation dans une fibre optique, l'impulsion lumineuse subit un phénomène de dispersion qui se traduit par un étalement temporel de celle-ci, figure (I.3).

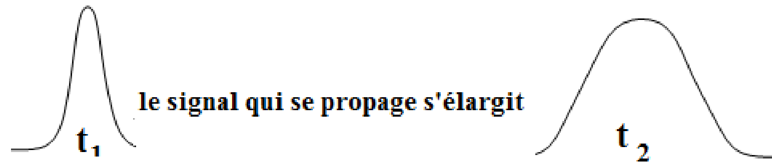


Figure (I.3). Effet de dispersion sur l'impulsion optique.

Plusieurs types de dispersion existent, contribuant tous à l'étalement de l'impulsion au cours de sa propagation dans le guide : on citera la dispersion de polarisation, la dispersion intermodale et la dispersion chromatique d'où cette dernière est la somme de deux effets (la dispersion du matériau qui dépend du type de silice, et la dispersion du guide qui dépend de la géométrie du guide). Par rapport aux autres formes de dispersion, c'est la dispersion chromatique qui joue un rôle prédominant dans les fibres optiques monomodes dont le profil d'indice de réfraction est de révolution asymétrique.

Théoriquement la dispersion chromatique se traduit par la dépendance de l'indice de réfraction n(ω) à la longueur d'onde. Chaque composante spectrale se propage à sa propre vitesse v=c/ n(ω), ce qui induit un étalement temporel de l'impulsion au cours de sa propagation. La dispersion chromatique est exprimé en Ps/ (nm.km), et son effet peut être évalué par le développement en série de Taylor de la constante de propagation autour de la pulsation centrale de l'impulsion ω_0 comme suit [3] :

$$\beta(\omega) = n(\omega).\omega / c \tag{I.3}$$

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \frac{1}{24}\beta_4(\omega - \omega_0)^4 + \dots \tag{I.4}$$

Avec :

$$\beta_m = \left[\frac{d^m \beta}{d\omega^m}\right]_{\omega=\omega_0}, \quad m = 0, 1, 2, 3, ... \tag{I.5}$$

Les paramètres β_1, β_2 représentent respectivement l'inverse de la vitesse de groupe v_g et la dispersion de la vitesse de groupe (GVD). Les deux sont reliés à l'indice optique et ses dérivées par :

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c}\left(n + \omega \frac{dn}{d\omega}\right) \tag{I.6}$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{v^2{}_g}\frac{\partial v_g}{\partial \omega} = \frac{1}{c}\left(2\frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2}\right) \tag{I.7}$$

Généralement en télécommunication optique on parle du coefficient de dispersion *D* qui est relié avec le paramètre de dispersion de deuxième ordre par :

$$D(\lambda) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2 \tag{I.8}$$

Pour une longueur d'onde particulière λ_0, la courbe de dispersion s'annule. Cette longueur d'onde de dispersion nulle permet de définir deux régimes de dispersion [3]. Le premier régime dit normal c'est pour les longueurs d'ondes $\lambda < \lambda_0$ ($\beta_2 > 0$). Dans ce régime les composantes spectrales de haute fréquence se propagent plus lentement que celles de basses fréquences. C'est le contraire qui se passe dans le deuxième régime dit anormal pour les longueurs d'ondes $\lambda > \lambda_0$ ($\beta_2 < 0$).

I.4. OPTIQUE NON LINEAIRE

I.4.1. Introduction

La compréhension des effets non linéaires dans les fibres optiques est basée sur l'étude théorique de la propagation d'onde optique dans un milieu non linéaire et dispersif. Dans la théorie optique, l'onde lumineuse est une onde électromagnétique composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique, dans le cadre de cette théorie, l'évolution du champ optique dans un milieu matériel est gouvernée par les équations de Maxwell [3,8] :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \tag{I.9}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{I.10}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{I.11}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{I.12}$$

$\vec{J}$ *et* ρ sont la densité de courant et la densité de charge du milieu. $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont respectivement les champs électrique et magnétique, alors que $\vec{D}$ et $\vec{B}$ sont l'induction électrique et l'induction magnétique. On a aussi les équations suivantes :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{I.13}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{M} + \vec{H} \right) \tag{I.14}$$

Où $\vec{P}$ et $\vec{M}$ sont respectivement la polarisation et la magnétisation. La permittivité diélectrique du vide ($\boldsymbol{\varepsilon_0}$ =8.854.10^{-12} F/m), et la perméabilité magnétique du vide (μ_0= 4π.10^{-7}H/m) sont reliés à la vitesse de lumière dans le vide (**c**=299 792 458 m/s) par cette relation :

$$\mu_0 \ \varepsilon_0 = 1/c^2 \tag{I.15}$$

Pour les matériaux non magnétiques ($\vec{M}$ =0) comme dans notre cas (fibres optiques en silice) la densité de courant et la densité de charge sont nulle ($\vec{J}$ = 0, ρ = 0) et avec la combinaison des équations (I.9-14) et l'utilisation de la relation (I.15), on obtient :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r},t)}{\partial t^2} \tag{I.16}$$

On a :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right) - \nabla^2 \vec{E} \tag{I.17}$$

On substituant la relation (I.17) dans l'équation (I.16), on obtient la forme de l'équation d'onde qui décrit la propagation de la lumière dans les fibres optiques [9].

$$-\nabla^2 \vec{E}(\vec{r},t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r},t)}{\partial t^2} \tag{I.18}$$

En effet, le procédé le plus commun pour décrire les phénomènes optiques non-linéaires est basé sur l'expression de la polarisation induite $\vec{p}$ en termes de force du champ électrique appliqué $\vec{E}$. La raison pour laquelle la polarisation joue un rôle clef est qu'elle peut agir comme source de nouvelles composantes du champ électromagnétique.

I.4.2. Polarisation linéaire et non linéaire d'un milieu

Un milieu matériel peut être considéré comme un ensemble de particules chargées, des électrons de charge négative et des ions de charge positive. Si le milieu est conducteur, l'application d'un champ électrique entrainera un mouvement des charges donnant lieu à un courant électrique. Dans le cas d'un matériau diélectrique, la liaison entre les charges étant très forte, seul un faible déplacement est permis et ces petits mouvements de charges (électrons dans un sens et ions dans l'autre sens) induisent dans le matériau des moments dipolaires électriques .c.-à-d. l'effet d'un champ électrique sur un diélectrique est d'induire une polarisation, sous la forme $\vec{P} = f(\vec{E})$. Pour de faibles intensités du champ appliqué devant le champ atomique du milieu et suffisamment éloigné de ses fréquences de résonances, ces dipôles induits sont proportionnels au champ électromagnétique. Nous sommes alors en présence d'une polarisation linéaire. Cependant, pour un champ intense (qui dépasse typiquement le seuil 10^6 V/m, ceci n'est vérifié que pour des sources laser), les dipôles ne croissent plus linéairement avec le champ appliqué, mais réagissent de manière non-linéaire. La polarisation induite par les dipôles électriques est une fonction non-linéaire du champ électrique, qui fait intervenir la notion de susceptibilité optique non-linéaire, donnée par l'équation suivante [3,9] :

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} \colon \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} \vdots \vec{E}\vec{E}\vec{E} + ...) \qquad \text{(I.19)}$$

Où $\chi^{(n)}$est la susceptibilité d'ordre n, (n=1, 2,3,..). La polarisation comporte deux termes :

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} \qquad \text{(I.20)}$$

$$\vec{P}_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \vec{E} \qquad \text{(I.21)}$$

$$\vec{p}_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \colon \vec{E}\vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vdots \vec{E}\vec{E}\vec{E} + ... \qquad \text{(I.22)}$$

$\vec{P}_L$: est la contribution linéaire à la polarisation, $\vec{P}_{NL}$ exprime la réponse non linéaire du milieu. Pour une fibre optique en silice (SiO_2) tous les termes pairs de la susceptibilité non linéaire sont nuls pour des raisons d'une symétrie d'inversion au niveau moléculaire. Cependant la polarisation dans les fibres optique prend la forme générale suivante :

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(3)} \vdots \vec{E}\vec{E}\vec{E} + ...) \qquad \text{(I.23)}$$

Les parties réelles et imaginaires de la susceptibilité linéaire d'ordre 1 sont liées à l'indice de réfraction et au coefficient d'atténuation par les relations suivantes [3] :

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2}\text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \qquad \text{(I.24)}$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc}\text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \qquad \text{(I.25)}$$

La susceptibilité non-linéaire d'ordre 3 est à l'origine de plusieurs effets non-linéaires qu'on peut diviser en deux catégories [3,10]. Les effets élastiques et les effets inélastiques. Pour les effets élastiques il n'y a aucun échange d'énergie entre le faisceau laser et le matériau dans lequel il se propage (tel que l'effet Kerr). Par contre dans les effets inélastiques (nommés en général diffusion) il y a un échange d'énergie entre le champ optique et le matériau.

I.4.3. Effets non- linéaires dans la fibre optique

I.4.3.1. Effet Kerr optique

La polarisation non linéaire induite dans la fibre optique par la propagation d'un champ optique de forte intensité, est responsable d'une dépendance en intensité de la valeur de l'indice de réfraction. Cette dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de l'intensité est connue sous le nom d'effet Kerr optique [3,7 ,11]. On peut écrire la relation (I.23) qui exprime le développement du vecteur de polarisation en série de puissance du champ électrique sous la forme suivante:

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\chi^{(1)} + \varepsilon_{NL})\vec{E} \qquad \text{(I.26)}$$

Avec

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3\varepsilon_0}{4}\chi^{(3)}|E|^2 \tag{I.27}$$

La polarisation et l'indice de réfraction sont étroitement liés par la relation de Maxwell (I.13) comme suit :

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = n^2\vec{E} \tag{I.28}$$

Cette relation conduit à :

$$n^2 = 1 + \chi^{(1)} + \varepsilon_{NL} = (n_0 + \Delta n_{NL})^2 \approx n_0{}^2 + 2n_0\Delta n_{NL} \tag{I.29}$$

Donc, l'indice de réfraction est composé d'une partie linéaire n_0, et d'une partie non linéaire Δn_{NL}, qui sont données par :

$$n_0 = (1 + \chi^{(1)})^{1/2} \tag{I.30}$$

$$\Delta n_{NL} = \frac{\varepsilon_{NL}}{2n_0} \tag{I.31}$$

Il vient finalement, qu'à une pulsation ω donnée on a [3,12] :

$$n(\omega, |E|^2) = n_0(\omega) + n_2|E|^2 \tag{I.32}$$

Où n_2 représente le coefficient d'indice de réfraction non linéaire donné par :

$$n_2 = \frac{3}{8n_0}\chi^{(3)} \tag{I.33}$$

L'indice de réfraction peut également s'exprimer en fonction de l'intensité optique I par :

$$n(\omega, I) = n_0(\omega) + n_2^I I \tag{I.34}$$

Où $I = a|E|^2, avec\ a = \varepsilon_0 c n_0 / 2, et\ n_2^I = n_2 / a$, n_2^I est appelé l'indice Kerr. L'effet Kerr optique, ou la dépendance de l'indice de réfraction vis-à-vis de l'intensité est l'effet le plus important dans la fibre optique. Cet effet est à l'origine d'autre effets non linéaires intéressants que nous détaillerons par la suite [1-7], comme l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée, le mélange à quatre ondes, l'instabilité modulationnelle et encore l'existence d'impulsions solitoniques.

I.4.3.1.a. Auto-modulation de phase (SPM)

La modification non linéaire de l'indice de réfraction sous l'effet d'un champ optique de forte intensité, entraine un déphasage non linéaire auto-induit sur l'onde se propageant dans la fibre. Cet effet est nommé auto-modulation de phase (SPM), donnée par [3 ,13]:

$$\Delta\phi_{SPM} = n_2 k_0 IL \qquad (I.35)$$

Avec $\boldsymbol{k_0}$ le vecteur d'onde, $\boldsymbol{I}$ l'intensité lumineuse, $\boldsymbol{L}$ la longueur de la fibre. L'effet d'auto-modulation de phase conduit en général à un élargissement spectrale se traduisant par la dépendance temporelle du décalage fréquentiel appelé (chirp) défini par :

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{SPM}(T)}{\partial T} \qquad (I.36)$$

I.4.3.1.b. Modulation de phase croisée (XPM)

On appelle la modulation de phase croisée le déphasage non linéaire supplémentaire induit par l'intensité d'autres ondes de longueur d'onde ou de polarisation différentes, se propageant simultanément avec la première onde. Ce déphasage est donné par [3,14] :

$$\Delta\phi_{XPM} = 2n_2 k_0 I_2 L \qquad (I.37)$$

avec I_2, l'intensité de la deuxième onde.

I.4.3.1.c. Mélange à quatre ondes (FWM)

La modulation d'indice de réfraction via l'effet Kerr optique induit un phénomène physique de transfert d'énergie entre les fréquences qui se propagent dans la fibre optique et qui donnent lieu à l'apparition de nouvelles fréquences. Cet effet dit le mélange à quatre ondes (FWM), peut être décrit par l'annihilation de deux photons (dits de pompe) de même fréquence (processus dégénéré) ou de fréquences déférentes w_1 et w_2 (processus non dégénéré), et la création simultanée de deux autres photons de fréquences caractéristiques w_3 et w_4 tel que $w_1 + w_2 = w_3 + w_4$. L'efficacité de FWM est liée au respect d'une condition dite d'accord de phase entre les différents vecteurs d'ondes mis en jeu. Cet effet est à la base

d'autres effets non linéaires comme l'amplification paramétrique et l'instabilité modulationnelle [15].

I.4.3.1.d. Instabilité modulationnelle (IM)

L'instabilité modulationnelle (IM) est un phénomène non linéaire qui apparait lorsqu'une onde se propage dans un milieu non linéaire et en régime de dispersion anormale c.-à-d. le coefficient de dispersion B_2 est négatif. Cet effet se traduit par la modulation en amplitude de l'onde sous l'effet d'une perturbation. Lorsque l'onde incidente est initialement modulée, l'instabilité peut amplifier cette modulation, on parle alors d'instabilité induite. Si l'onde incidente est continue et si la modulation croit à partir de bruit, on parle d'instabilité spontanée [16].

I.4.3.2. Diffusions inélastiques Raman et Brillouin stimulées

Les diffusions Raman (SRS) et Brillouin (SBS) stimulées, sont des effets non linéaires qui apparaissent lorsque la fibre subit un champ optique de forte intensité. Ces deux phénomènes consistent à l'excitation des modes de vibration de la silice aux niveaux moléculaires. Dans le cas de la diffusion Raman, une interaction se fait entre l'onde lumineuse et les phonons optiques de la silice. Mais la diffusion Brillouin résulte de l'interaction entre l'onde optique et les phonons acoustiques, donnant lieu à l'apparition d'une onde Stokes décalée en fréquence par rapport à l'onde incidente (il est environs de 13 THz pour l'effet Raman, et environs de 11GHz pour l'effet Brillouin) [17]. La valeur de ce décalage varie d'une fibre à une autre selon le dopage utilisé. On parle d'onde anti-Stokes pour la génération d'une onde décalé vers les hautes fréquences comme le montre la figure (I.4).

On note que l'effet Raman est un effet très important, il est à l'origine des amplificateurs à large bande spectrale et des lasers accordables en longueur d'onde.

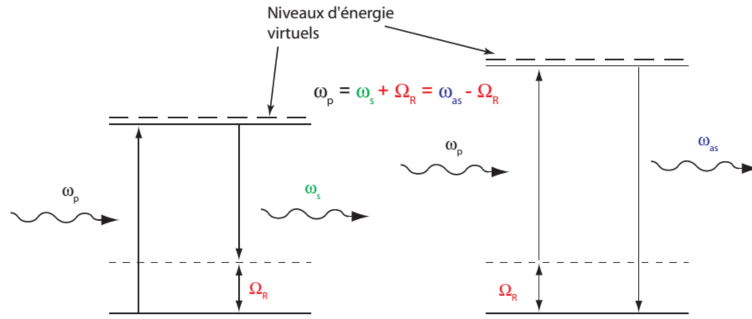


Figure (I.4). La génération d'onde Stokes et anti-Stokes par l'effet Raman [17].

I.5. EQUATION DE PROPAGATION NON-LINEAIRE

La propagation d'une impulsion lumineuse intense dans une fibre optique se modélise par l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE). Elle est obtenue à partir des équations de Maxwell et de l'équation d'onde (I.18), avec l'inclusion des termes de polarisation non linéaire qui sont responsable de plusieurs effets non linéaires [3]. L'équation de Schrödinger peut décrire tous les effets linéaires et non linéaires qui affectent l'impulsion au cours de sa propagation dans la fibre optique.

Pour dériver l'équation de Schrödinger on suppose la fibre monomode, idéalement homogène et isotrope, caractérisée par une faible non-linéarité et une forte dispersion (i.e. P_{NL} <<< P_L). Aussi on suppose que la largeur spectrale de l'impulsion étudié est très inférieure à sa fréquence centrale ($\Delta\omega/\omega_0$ <<1), pour des impulsions courtes (T_0<0.1 ps). Dans ces conditions l'approximation de l'enveloppe lentement variable est valide et la non-linéarité peut être traitée comme phénomène instantané [3].

En considérant la propagation des impulsions suivant une seule dimension z, l'équation (I.18) peut se réécrire dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\right]\tilde{E}(z,\omega)=-\mu_0\omega^2\tilde{P}_L(z,\omega)-\mu_0\omega^2\tilde{P}_{NL}(z,\omega) \qquad \text{(I.38)}$$

Par l'utilisation de la transformée de Fourier suivante :

$$\tilde{E}(z,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z,t)e^{i\omega t}dt \qquad (I.39)$$

avec :

$$E(z,t) = A(z,t)e^{-i\omega_0 t} \qquad (I.40)$$

Dont l'enveloppe $A(z,t)$ varie lentement dans l'espace et dans le temps devant la porteuse ω_0. En effet on peut séparer le champ électrique $\breve{E}(x,y,z,\omega)$ en deux parties, partie longitudinale et une autre transversale tel que :

$$\tilde{E}(x,y,z,\omega) = \tilde{F}(x,y,\omega)\tilde{E}(z,\omega) \qquad (I.41)$$

où la partie transversale est solution de l'équation de Helmholtz suivante [3,18]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2(\omega)\right]\tilde{F} = \beta(\omega)^2\tilde{F} \qquad (I.42)$$

$\beta(\omega)$: est la constante de propagation développée en série de Taylor dans l'équation (I.4). $\varepsilon(\omega)$: est la fonction diélectrique donnée par cette relation : $\varepsilon(\omega) = 1 + \mathcal{X}^1(\omega)$.

La fonction diélectrique liée à l'indice de réfraction et au coefficient d'atténuation vient comme suit :

$$\varepsilon(\omega) = (n + i\alpha c/2\omega)^2 \qquad (I.43)$$

$$k(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}\omega/c = n_L\omega/c + i\alpha/2 = \beta(\omega) + i\alpha/2 \qquad (I.44)$$

En introduisant $k(\omega)$, l'équation (I.38) prend la forme suivante :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2(\omega)\right]\tilde{E} = -\mu_0\omega^2\tilde{P}_{NL} \qquad (I.45)$$

L'utilisation de l'équation (I.40) permet de développer l'équation (I.45) en une équation de premier ordre comme suit :

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} - ik(\omega)\right]\tilde{A} = i\mu_0\omega^2\tilde{P}_{NL}/2k(\omega)A_{eff} \qquad (I.46)$$

Où A_{eff} est l'aire effective du mode guidé [3].

$$A_{eff} = \frac{\left(\int\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\tilde{F}(x,y,\omega)\right|^2 dxdy\right)^2}{\int\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\tilde{F}(x,y,\omega)\right|^4 dxdy} \qquad (I.47)$$

Les polarisations linéaire et non linéaire du milieu sont données par ces relations [3] :

$$P_L(z,t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} R^{(1)}(\tau) E(z,t-\tau) d\tau \tag{I.48}$$

$$P_{NL}(z,t) = \varepsilon_0 E(z,t) \int_{-\infty}^{+\infty} R^{(3)}(\tau) \left|E(z,t-\tau)\right|^2 d\tau \tag{I.49}$$

Où $\tau = t - t'$, $R^1 et\, R^3$ sont les fonctions réponse linéaire et réponse non linéaire successivement. La transformée de Fourier de $R^1(t)$ est la susceptibilité linéaire $\mathcal{X}^1(\omega)$, et la transformée de Fourier de $R^3(t)$ est la susceptibilité non linéaire d'ordre trois $\mathcal{X}^3(\omega)$**,** dont la fonction de réponse non linéaire R^3 est définie par cette relation [3,19]:

$$R^{(3)}(\tau) = 2n_2 n_L \left[(1 - f_R)\delta(\tau) + f_R h_R(\tau)\right] \tag{I.50}$$

Cette fonction contient la non-linéarité de Kerr instantanée $\delta(\tau)$, la fonction réponse Raman retardée $h_{R(\tau)}$, et la contribution de l'effet Raman à l'effet Kerr optique f_R . En introduisant les relations (I.44), (I.49) et (I.50) dans l'équation (I.46) et avec quelques simplifications mathématiques et l'utilisation de la transformation suivante : $T = \left(t - \frac{z}{v_g}\right) = (t - B_1 z)$, on obtient dans le domaine temporel l'équation de propagation non linéaire suivante [3] :

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} - i\hat{D} + \frac{\alpha}{2}\right] A(z,T) = i\gamma(\omega)(1 + \frac{i}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial T}) \times A(z,T) \left[(1 - f_R)\left|A\right|^2 + f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(T-\tau)\left|A\right|^2 d\tau\right] \tag{I.51}$$

Où $\gamma(\omega)$ est le coefficient non linéaire défini par cette relation [3] :

$$\gamma(\omega) = \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}} \tag{I.52}$$

L'opérateur $\boldsymbol{\widehat{D}}$ est appelé opérateur dispersion, donné par cette relation :

$$\widehat{D} = \sum_{m \geq 2} \frac{i^{m+1}}{m!} \left(\frac{\partial^m \beta}{\partial \omega^m}\right)_{\omega=\omega_0} \frac{\partial^m}{\partial T^m} \tag{I.53}$$

L'équation (I.51) est nommée l'équation non linéaire de Schrödinger généralisée. Elle décrit dans le domaine temporel la propagation de l'enveloppe $A(z,t)$ de l'impulsion optique suivant l'axe longitudinal z de la fibre optique. Cette équation prend en compte les effets linéaires présentés par le paramètre de perte (α), l'operateur $(\widehat{D})$ de dispersion, les effets non

linéaires de type Kerr décrits par le coefficient (γ) , les diffusions inélastiques décrites par la fonction $h_{R(t)}$ et le terme proportionnel à $\omega_0{}^{-1}$ responsable de l'effet d'auto-raidissement.

I.5.1. Equation de Schrödinger non linéaire simple

Si on néglige les effets Raman et Brillouin et les ordres supérieurs de dispersion chromatique (pour des impulsions longues, T_0 > 5 ps), l'équation (I.51) de Schrödinger non linéaire généralisée prend la forme simple suivante [3,20] :

$$\frac{\partial A}{\partial z}+\frac{\alpha}{2}A+i\frac{B_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2}-i\gamma|A|^2A=0 \qquad \text{(I.54)}$$

Cette équation est à la base de nombreux travaux de recherche dans le domaine des télécommunications, elle a été démontrée dans les fibres optiques en 1973 par Hasegawa et Tappert [3]. Elle permet de décrire des phénomènes aussi variés que la dispersion chromatique d'ordre 2, l'instabilité modulationelle, l'auto-modulation de phase ou encore la propagation de soliton.

On peut écrire l'ENLS simple en d'autre forme où les paramètres sont normalisés et les pertes négligées [3]. Cette forme normalisée est très utile dans le traitement de la transmission par soliton:

$$i\frac{\partial u}{\partial Z}+\frac{B_2}{|B_2|}\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}+|u|^2u=0 \qquad \text{(I.55)}$$

Où $\tau = T/T_0$ est le temps normalisé, T_0 est la largeur `à mi-hauteur de l'impulsion, Z est la distance normalisée donnée par : $Z = z/L_D$, L_D est la longueur de dispersion à partir de laquelle les effets de dispersion commencent à devenir importants. Elle est définie par cette relation [3]:

$$L_D=\frac{T_0^2}{|B_2|} \qquad \text{(I.56)}$$

Avec u l'amplitude normalisée définie par :

$$u=N\frac{A}{\sqrt{P_0}}=\sqrt{\gamma L_D}A \qquad \text{(I.57)}$$

Où P_0 est la puissance crête de l'impulsion A (z, t), N est l'ordre du soliton défini par : $N^2 = L_D/L_{NL}$ où L_{NL} est la longueur non linéaire à partir de laquelle les effets non linéaires deviennent significatifs. Elle est donnée par :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad \text{(I.58)}$$

I.5.2. Différents régimes de propagation

Selon les valeurs de L_{NL} et L_D et la longueur de la fibre L, on distingue quatre régimes de propagation [3]:

1. **Régime linéaire non dispersif** : pour ($L_{NL} >> L, L_D >> L$), les effets dispersifs ou non linéaires ne jouent aucun rôle significatif, l'impulsion conserve sa forme durant la propagation. Dans ce cas l'équation (I.54) prend la forme suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

2. **Régime dispersif** : pour ($L_{NL} \gg L, L_D \leq L$), dans ce cas les effets non linéaires sont négligeables, l'impulsion subit un élargissement temporel sous l'effet de la dispersion. L'équation (I.54) devient :

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = 0$$

3. **Régime non linéaire** : lorsque ($L_D \gg L, L_{NL} \leq L$), la dispersion est négligeable, l'impulsion subit un changement de phase et l'équation (I.54) devient :

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + |u|^2 u = 0$$

4. **Régime soliton** : lorsque ($L_D \cong L_{NL} \leq L$), dans ce cas les effets non linéaires et l'effet de dispersion agissent simultanément et se neutralisent. Les impulsions restent stables sans déformation au cours de la propagation, ceux sont des ondes solitaires. Dans ce cas la propagation est modélisée par l'ENLS (I.55).

I.5.3. Différents types d'impulsions optiques

L'enveloppe $A(z,T)$ de l'impulsion optique injectée dans la fibre prend en général les différentes formes suivantes [3]:

a) **impulsion gaussienne :** le profil de l'impulsion est de type :$A(0,T) = \sqrt{P_0}(-\frac{T^2}{T_0^2})$ où T_0 est la demi-largeur (au point d'intensité P_0 /e), elle est reliée avec la largeur totale à mi-hauteur par la relation $T_{FWHM} = 2(ln2)^{1/2}T_0 \approx 1.665T_0$. Si l'impulsion initiale est chirpée linéairement, son profil se présente comme suit : $A(0,T) = \sqrt{P_0}(-\frac{(1-iC)T^2}{2T_0^2}$ où C est le paramètre du chirp (dépendance temporelle de la fréquence instantanée).

b) **impulsion de type sécante hyperbolique :** l'enveloppe du champ incident prend cette forme : $A(0,T) = \sqrt{P_0}\text{sech}(\frac{T}{T_0})\exp(-\frac{CT^2}{2T_0^2})$, avec $T_{FWHM} = 2\ln(1+\sqrt{2})\,T_0 \approx 1.763T_0$. La forme de type sécante hyperbolique est considérée en particulier dans le contexte des solitons optiques et des impulsions émises par des lasers à modes bloqués.

I.6. RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE SCHRÖDINGER

En effet l'équation de Schrödinger non linéaire est une équation différentielle partielle non linéaire, où elle est très difficile à résoudre analytiquement. Une approche numérique est donc souvent nécessaire pour mieux analyser l'impact des effets non linéaires sur la propagation des impulsions dans la fibre optique. Parmi un grand nombre de méthodes numériques utilisées on trouve la méthode Split-Step-Fourier (SSF). Elle a été utilisée pour la première fois par Hasegawa en 1973, puis elle a été employée intensivement du fait de son efficacité et de sa précision dans les calculs [3,21]. Dans ce mémoire, une grande partie des simulations numériques présentées ont été réalisées à l'aide de cette méthode et grâce à des algorithmes développés sous un environnement Matlab.

Le principe de cette méthode est de considérer l'équation de Schrödinger non linéaire comme pouvant se mettre sous la forme suivante [3 ,22]:

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = (\widehat{D} + \widehat{N})A \tag{I.59}$$

Où $\widehat{D}$ et $\widehat{N}$ représentent l'opérateur linéaire et l'opérateur non linéaire. Si on prend comme exemple l'équation simple de Schrödinger (I.54), les deux opérateurs s'écrivent comme suit :

$$\hat{D} = -\frac{1}{2}(\alpha + iB_2\frac{\partial^2}{\partial T^2}) \tag{I.60}$$

$$\hat{N} = i\gamma|A|^2 \tag{I.61}$$

Généralement la dispersion et la non linéarité agissent simultanément suivant la longueur de la fibre. Cependant la méthode SSF est basée sur une approximation qui consiste à dire que sur de très courtes distances de propagation h, les operateurs $\widehat{D}$ *et* $\widehat{N}$ commutent. Les effets linéaires et non linéaires agissent indépendamment l'un de l'autre comme le montre la figure (I.5).

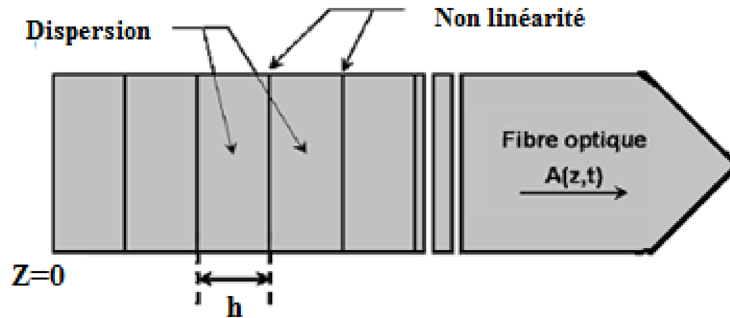


Figure (I.5) : Représentation schématique de la méthode Split-Step-Fourier.

La propagation entre les points z et z+ h se fait donc en deux étapes :

1. seuls les effets linéaires agissent ($\widehat{D} \neq 0$ *et* $\widehat{N} = 0$).
2. seuls les effets non linéaires agissent ($\widehat{N} \neq 0$ *et* $\widehat{D} = 0$).

Dans ces conditions, la résolution de l'équation (I.54) conduit à deux étapes :

1). Etape dispersif :

On a : ($\hat{D} \neq 0$ et $\hat{N} = 0$). L'équation (I.54) est devient : $i\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = \hat{D}\,A(z,t)$

La résolution de cette équation dans le domaine fréquentiel se présente comme suit :

$$\tilde{A}(z+h,\omega) = \tilde{A}(z,\omega)\exp(h\tilde{\hat{D}}) \qquad \text{(I.62)}$$

Comme l'opérateur différentiel $\frac{\partial}{\partial T}$ est équivalent à une multiplication par $-i\omega$ dans le domaine fréquentiel, donc l'expression fréquentielle de l'opérateur linéaire $\hat{D}$ est donnée par : $\tilde{\hat{D}} = -\frac{1}{2}\left(\alpha - iB_2\omega^2\right)$ et avec l'utilisation de la transformé de Fourier inverse TF^{-1} , on peut écrire la solution (I.61) dans le domaine temporel comme suit :

$$A'(z+h,T) = TF^{-1}\left\{\ \tilde{A}(z,\omega)\exp(-\frac{h}{2}(\alpha - iB_2\omega^2))\ \right\} \qquad \text{(I.63)}$$

2). Etape non linéaire :

L'opérateur $\hat{N}$ s'applique ensuite dans le domaine temporel :

$$A(z+h,T) = A'(z,T)\exp(h\hat{N}) \qquad \text{(I.64)}$$

Au final, la solution de l'équation de Schrödinger (I.53) devient :

$$A(z+h,T) = \exp(ih\gamma|A|^2)TF^{-1}\left[\tilde{A}(z,\omega)\exp(-\frac{h}{2}(\alpha - iB_2\omega^2))\right] \qquad \text{(I.65)}$$

En répétant ces deux opérations sur toute la longueur de la fibre, nous réalisons ainsi une simulation numérique de la propagation des impulsions optique dans une fibre optique.

I.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons étudié théoriquement la propagation des impulsions lumineuses dans la fibre optique comme guide d'onde dispersif et non linéaire. Cette propagation peut être modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire dérivée à partir des équations de Maxwell. La résolution de cette équation étant très difficile analytiquement d'où une résolution numérique par la méthode Split-Step Fourier s'avère efficace et donne des résultats rapides et précis.

I.8. REFERENCES

[1] Jürgen c. Schlesinger. "Optical fibers research advances", nova science publishers, Inc (2007).

[2] Hutchinson, D. P.; Richards, R. K. J. Opt. Fiber. Commun. Rep., 4, 1-11, (2007).

[3] Agrawal G. P., Nonlinear Fiber Optics, 3rd ed. Academic Press, San Diego, (2001).

[4] J.P.Pocholle, M.Papuchon, J.Raffy, C.Puech « effets non linéaires dans les fibres optiques. application » Revue phs.appl.21(1986).

[5] Wikipidia, L'encyclopédie libre « fibre optique » http://en.wikipedia.org

[6] K. Inada, "A new graphical method relating to optical fiber attenuation" Optics Comm, vol.19, no.3; pp 437-439; (1976).

[7] Azzouzi Fiacale « étude de la dynamique de propagation non linéaire des solitons optiques modélisé par l'équation de Schrödinger non linéaire » thèse de doctorat université Badji Mokhtare Annaba (2010).

[8] David K. Cheng, Field and Wave Electromagnetics, 2nd Edition, AddisonWesley (2004)

[9] Boyd R. W." Nonlinear Optics", 2nd ed. Academic Press, San Diego, (2003).

[10] G. Agrawal, "Nonlinear fiber optics". Academic Press, (1995).

[11] Agrawal G. P, "Fibre-optic communication system," 3nd Ed., John Wiley & Sons, Inc, (2002).

[12] Wolfgang Demtroder, "Lasers spectroscopy: Basic concepts and instrumentation", second enlarged edition, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, p.614, (1996).

[13] R. H. Stolen, C.H. Lin, "Self-phase modulation in silica fibers", Phys. Rev. A, 17, pp. 1448–1453 (1978).

[14] R.R.Alfano, P.L.Baldeck et P.P.Ho," Cross-phase modulation and induced focusing due to optical nonlinearities in optical fibers and bulk materials" J.Opt.Soc.Am.B, 6, pp.824-829 (1989).

[15] D. Gindre, H. Maillotte, J. Monneret, E. Lantz et C. Froehly, "Coherent picosecond parametric amplification through a Kerr-induced index grating in a singlemode fiber", Opt.Commun,pp,75-79,(1994).

[16] Stéphane Pitois « Instabilite de modulation et solitons en parois de domaines dans les fibres optiques » thèse de doctorat. Universite de Bourgogne, French,(2000).

[17] Y. Aoki, K. Tajima and I. Mito, "Input power limits of single-mode optical fibers due to stimulated scattering in optical communication systems". J. Light. Wave Technol.6. p.710 (1988).

[18] Husakou A. V. and J. Hermann, "Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers", Physical Review Letters **87**, 203901 1-4 (2001).

[19] Stolen R. H**.**, J. P. Gordon, W. J. Tomlinson and H. A. Haus, "Raman response function of silica- core fibers", Journal of the Optical Society of America B **6**, 1159-1166 (1989).

[20] G. Millot and P. Tchofo-
Dinda, "Basic principles of nonlinear effects in optical fibers, in Encyclopedia of Modern Optics". Elsevier Science (2005).

[21] A. Hasegawa and F.Tappert,"transmission of stational nonlinear optical pulse in dispersive dielectric fibers». I. Anomalous dispersion" App. Phys.Lett, vol. 23, no.3, pp. 142-144, (1973).

[22] R. Fisher et W. K. Bischel, "Numerical studies of the interplay between self phase modulation and dispersion for intense plane wave laser pulses", J. Appl. Phys,46, 4921 (1975).

Chapitre : II

GENERALITES SUR LES RESEAUX DE BRAGG A FIBRE OPTIQUE.

I.1. INTRODUCTION

Les fibres optiques peuvent changer leurs propriétés optiques quand elles sont exposées à un champ optique de forte intensité (UV) et ce phénomène a été découvert pour la première fois par Hill et al. en 1978 [1]. La photosensibilité de la silice induit une modulation périodique de l'indice de réfraction le long de la fibre et cette périodicité se traduit par la formation d'un réseau de Bragg fibré (FBG), au cœur de la fibre. En 1989 l'équipe de G. Meltz et W. Morey, a pu décrire pour la première fois une méthode de photo-inscription des réseaux de Bragg dans les fibres optiques [2]. En l'espace de quelques années, la technologie des réseaux de Bragg photo-inscrit a révolutionné le domaine des transmissions optiques et le domaine des capteurs, grâce à plusieurs applications.

Ce chapitre sera totalement consacré à l'étude des réseaux de Bragg fibrés. Les principes physiques, les différentes méthodes d'inscriptions ainsi que les différents domaines d'applications seront présentés et sera particulièrement détaillée la théorie des modes couplés qui décrit la modélisation de la propagation des ondes lumineuses dans les réseaux de Bragg.

II.2. DEFINITION D'UN RESEAU DE BRAGG

La forme simple d'un réseau de Bragg fibré (FBG), consiste en une modulation périodique de l'indice de réfraction du cœur d'une fibre monomode selon l'axe de la fibre (Figure II.1) [3].

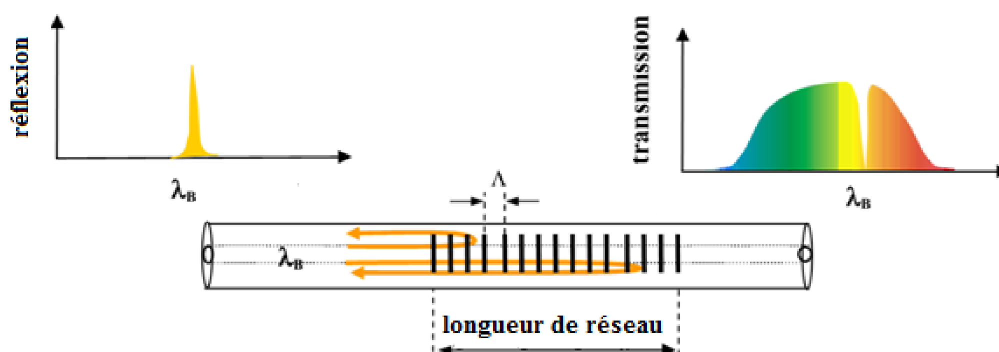


Figure (II.1) : Principe d'un réseau de Bragg [3].

En effet le (FBG) se comporte comme un filtre de longueur d'ondes. Pour les longueurs d'ondes situées autour de la longueur d'onde de Bragg λ_B , elles sont partiellement réfléchies par le réseau, par contre les autres elles seront transmises. Les ondes réfléchies vérifient la relation suivante :

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \qquad \text{(II.1)}$$

Où n_{eff} est l'indice de réfraction effectif du mode fondamental et Λ représente le pas du réseau désignant la période de modulation de l'indice de réfraction.

II.3. METHODES D'INSCRIPTION

Le réseau de Bragg est une microstructure de quelques millimètres, qui peut être inscrit sur le cœur d'une fibre optique photosensible. C'est en injectant dans une fibre monomode avec un cœur dopé à l'oxyde de germanium une onde lumineuse issue d'un laser à argon ionisé (λ= 488 nm) que l'équipe de Hill et al. a réussi par hasard la première inscription d'un (FBG) en 1978[1]. Le résultat a été la création d'une onde stationnaire entre les deux extrémités de la fibre et ainsi une variation périodique de l'indice de réfraction apparait sous l'effet de l'interférence entre l'onde injectée et l'onde réfléchie. Cette méthode a permis l'inscription d'un (FBG) longitudinal, très long avec une variation périodique de l'indice très faible. Depuis, plusieurs études de procédés d'inscription de réseaux de Bragg ont suivi cette découverte et la première méthode d'inscription efficace a été celle du procédé holographique transverse proposé par l'équipe de G. Meltz et W. Morey en 1989 [2]. Quelques années plus tard (1993), l'équipe de Hill et al. a proposé une nouvelle méthode plus évoluée en utilisant un élément diffractif appelé masque de phase [4]. Ces deux techniques sont brièvement décrites ci-dessous.

II.3.1. Méthode holographique transverse

Le principe de cette méthode d'inscription transverse est basé sur la division d'un champ ultraviolet selon deux faisceaux qui interférent, pour former des franges d'interférences sur la

partie de la fibre insolé et induisent ainsi une modulation de l'indice de réfraction. Le montage expérimental utilisé est décrit sur la figure (II.2). En utilisant des miroirs orientés vers la zone à graver et un champ d'interférences produit par deux faisceaux (UV) cohérents à 244 nm, les auteurs ont permis de graver un (FBG) transverse à la fibre, de longueur 4.4 mm, avec une modulation d'indice de réfraction d'environ 3.10^{-5} [3,2].

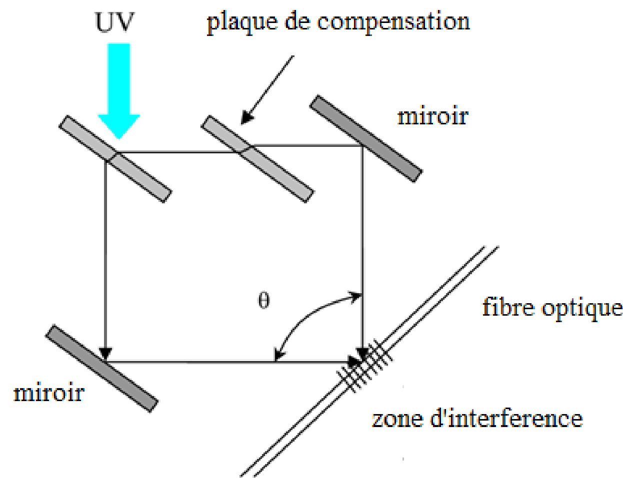


Figure (II.2) : Principe du montage de la méthode holographique transverse [2].

La longueur d'onde de Bragg du réseau photo inscrit par cette méthode étant lié à l'angle que font les deux faisceaux qui interférent, permet la fabrication de réseaux de Bragg à des pas différents et avec des caractéristiques appropriées pour des applications dans le domaine des télécommunications et le domaine des capteurs. La longueur d'onde de Bragg est donnée par cette relation :

$$\lambda_B = \frac{n_{eff}\lambda_{uv}}{n_{uv}\sin\frac{\theta}{2}} \qquad \text{(II.2)}$$

Où n_{eff} est l'indice de réfraction effectif du cœur de la fibre, λ_{uv} est la longueur d'onde du laser, n_{uv} est l'indice du milieu (l'air) d'où passe le faisceau laser.

II.3.2. Méthode du masque de phase

La technique d'inscription des (FBG) par l'utilisation du masque de phase est la technique la plus courante du fait de son excellente reproductibilité et sa forte efficacité. Un masque de phase est une lame de silice sur laquelle a été gravé un réseau de diffraction. Ce dernier diffracte la lumiere du laser incident dans les ordre +1 et -1, [3,4], figure (II.3).

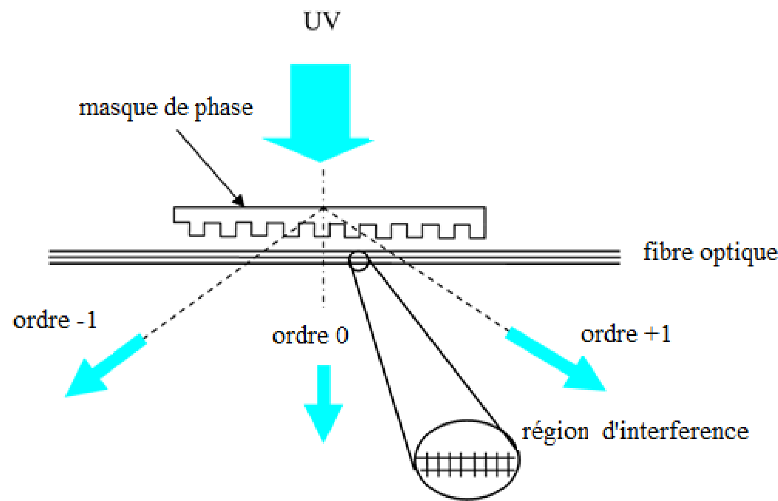


Figure (II.3) : Principe du montage de la méthode du masque de phase [4].

l'interference des deux ordres de diffraction créent une modulation de l'indice du cœur avec un pas fixé par le pas du masque de phase tel que :

$$\Lambda_B = \frac{\Lambda_{masque}}{2} \qquad \text{(II.3)}$$

Dans ce cas il est nécessaire d'utiliser un masque de phase différent pour chaque réseau et il est également possible d'inscrire un réseau de Bragg à pas variable (communément appelé réseau de Bragg chirpé), par l'utilisation d'un masque de phase à pas variable.

II.4. DIFFERENTS TYPES DES RESEAUX DE BRAGG

Plusieurs types de réseaux de Bragg peuvent être gravés sur la fibre optique et ils diffèrent les uns des autres selon le profil de l'indice de réfraction qui est décrit par une fonction quasi-sinusoïdale comme suit [3,5] :

$$\Delta n_{eff}(z) = \overline{\Delta n_{eff}}(z)\left\{1 + \nu(z)\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z + \theta(z)\right)\right\} \quad \text{(II.4)}$$

Où $\overline{\Delta n_{eff}}(z)$ est la modification moyenne de l'indice effectif, $\nu(z)$ l'apodisation de la modulation d'indice, Λ la période de la modulation et $\theta(z)$ sa phase.

La figure (II.4) présente les différents profils d'indice de réfraction pour les principaux types de réseaux de Bragg [3,5, 6].

a) **Réseau uniforme :** Le réseau uniforme est caractérisé par une période, une phase et une amplitude constante le long du réseau,
b) **Réseau à amplitude variable**: $\Delta n_{eff}(z)$ varie en fonction de z de façon gaussienne,
c) **Réseau apodisé** : $\nu(z)$ varie d'une façon sinusoïdale et $\Delta n_{eff}(z)$ est constant,
d) **Réseau à pas variable (chirpés) :** la phase $\theta(z)$ est non nulle et le pas du réseau varie avec z,
e) **Réseau à saut de phase :** c'est un réseau uniforme ayant une phase variant par endroit de façon discontinue par sauts,
f) **Réseau superstructuré :** $\nu(z)$varie d'une façon périodique.

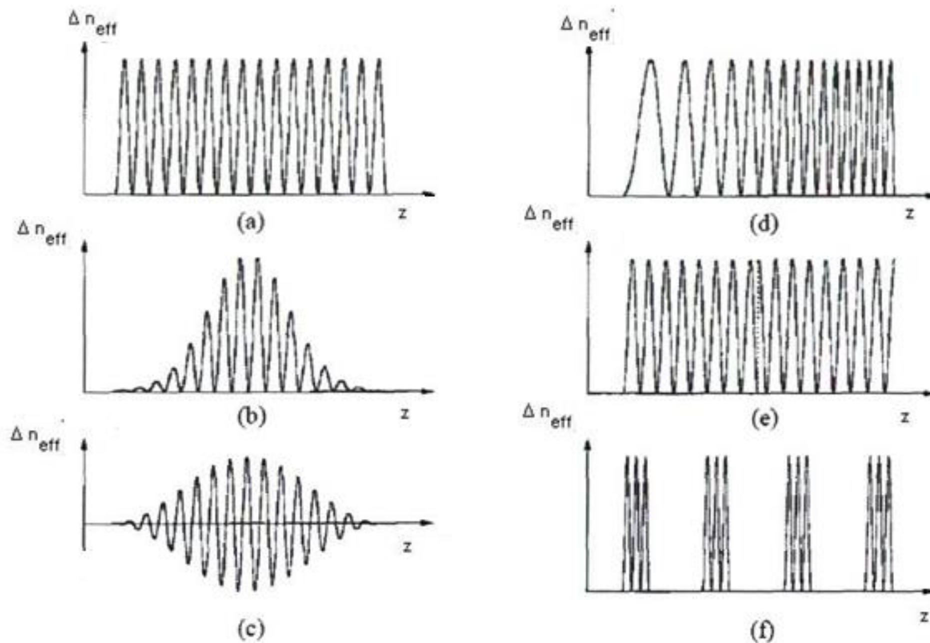


Figure (II.4) : Principaux types de réseaux de Bragg [3].

II.5. DOMAINES D'APPLICATIONS DES RESEAUX DE BRAGG

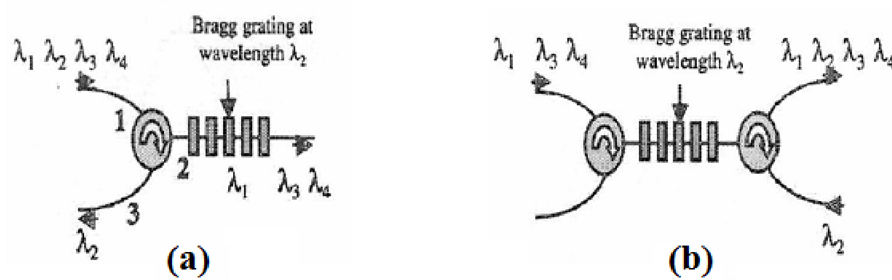
Depuis le début des années 90, la technologie d'inscription des réseaux de Bragg dans les fibres optiques a connus un développement rapide, et a atteint une certaine maturité. De nos jours le réseau de Bragg est devenu le composant le plus important et stratégique de plusieurs applications dans la majorité des domaines d'applications de la fibre optique, en particulier dans le domaine des télécommunications et des capteurs [3,7].

II.5.1. Domaine des télécommunications

Les réseaux de Bragg trouvent un intérêt majeur dans les systèmes de transmission optique à raison de leurs atouts suivants [3,7, 8]:

- ✓ compatibilité avec les fibres optiques utilisées dans les réseaux de télécommunication
- ✓ faibles pertes d'insertion et une très faible sensibilité à la polarisation.
- ✓ fabrication à faible cout de dispositifs de très grande qualité sélectifs en longueur d'onde.
- ✓ faciles à intégrer dans les systèmes de télécommunication.
- ✓ disposent d'une sensibilité élevée d'une très grande fiabilité sur la durée.
- ✓ une capacité à fournir des mesures absolues sans avoir besoin d'un référencement.

Ces atouts en font également des composants très attractifs pour plusieurs applications notamment comme : filtres réglables à bande étroite et à large bande, filtres de longueurs d'ondes sélectifs multiplexeurs/démultiplexeurs dans les systèmes à multiplexage en longueurs d'ondes (WDM). La figure (II.5.a) présente l'exemple d'un filtre passe bande fabriqué par un réseau de Bragg associé avec un circulateur. La figure (II.5.b) présente un multiplexeur (OADM) fabriqué avec l'association d'un réseau de Bragg et de deux circulateurs. Les circulateurs sont des dispositifs couteux, mais on peut les remplacer par d'autres dispositifs peux couteux comme les interféromètres Mach-Zhender, qui sont utilisés pour réaliser des multiplexeurs (OADM), ou bien les interféromètres Fabry-pérot (FFP) pour fabriquer des filtres.



.

Figure (II.5) : (a) Filtre passe bande à réseau de Bragg associé avec un circulateur ;
(b) Multiplexeur à réseau de Bragg associé avec deux circulateurs.

Les (FBG) peuvent être aussi utilisés comme compensateurs de la dispersion chromatique dans les réseaux de télécommunications à grande distance. La figure (II.6) montre le principe de la compensation de la dispersion chromatique en utilisant un réseau de Bragg chirpé en association avec un circulateur.

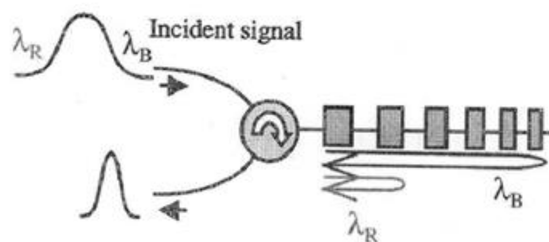


Figure (II.6) : Compensateurs de la dispersion chromatique à réseau de Bragg chirpé.

On trouve aussi les réseaux de Bragg (FBG) dans d'autres applications comme : analyseur de spectre, lasers spéciaux à bande étroite, correction du gain et amélioration du rendement de la pompe pour les amplificateurs optiques à fibre dopée à l'erbium, convertisseurs de mode à fibres optiques et codeurs et décodeurs dans les systèmes OCDMA.

.

II.5.2. Domaine des capteurs.

Un réseau de Bragg possède des caractéristiques uniques pour être utilisé comme capteur. En effet, lorsqu'un réseau de Bragg est soumis à une perturbation physique (température,

déformation, pression hydrostatique, champ électromagnétique…), il se dilate ou se contracte, ce qui modifie son pas, son indice de réfraction et par conséquent la longueur d'onde de réflexion ou de transmission. Cependant le principe de fonctionnement d'un capteur à réseau de Bragg est de mesurer le décalage de la longueur d'onde de Bragg par rapport a une référence choisie [5, 9,10], figure (II.7).

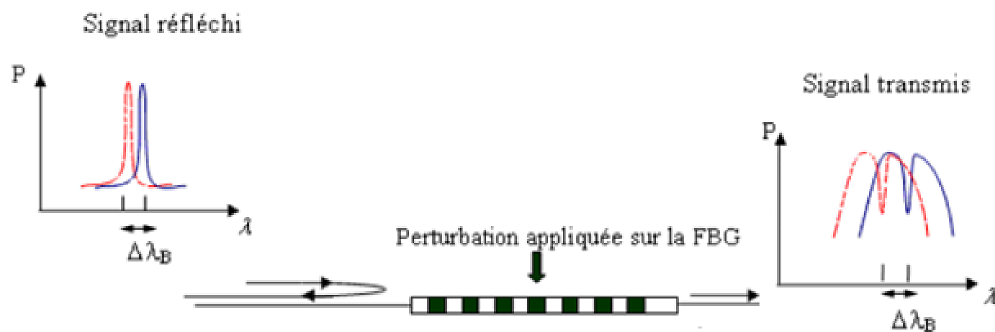


Figure (II.7) : Principe physique d'un capteur à réseau de Bragg.

Actuellement l'application des réseaux de Bragg comme capteur a connu un dévelopement rapide dans plusieurs domaines parmi lesquels on peut citer : génie-civil, domaine medical, les instalations électriques, les structures composites…etc.

II.5.2.1. Dépendance de la longueur d'onde de Bragg à la température

Nous avons vu dans la relation (II.1) que la longueur d'onde de Bragg s'exprime en fonction de l'indice de refraction effectif et de la période du réseau. Ces deux grandeurs physiques sont aussi dépendantes aux sollicitations externes d'origine thermique, mecanique, hydrostatique, électromagnétique et même chimique [7-11].

La dependance de la longueur d'onde de Bragg à la temperature peut etre déterminée en differenciant l'équation (II.1) comme suit :

$$\lambda_B(T) = 2n(T)\Lambda(T) \qquad \text{(II.5)}$$

La différentiation de l'expression (II.5) par rapport à la température donne :

$$\Delta\lambda_B = 2\left(\Lambda\frac{\partial n}{\partial T} + n\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right)\Delta T \qquad \text{(II.6)}$$

en divisant l'expression (II.6) par λ_B, deux coefficients apparaissent :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial T} + \frac{1}{\Lambda}\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right)\Delta T = (\alpha_n + \alpha_\Lambda)\Delta T \qquad \text{(II.7)}$$

Où $\alpha_n = \left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial T}\right)$ est le coefficient thermo-optique qui correspond à la variation de l'indice de réffraction due à une variation de la temperature ΔT. Pour une fibre optique en silice $\alpha_n \approx 6.94 * 10^{-6}\ /^0C$.

$\alpha_\Lambda = \left(\frac{1}{\Lambda}\frac{\partial\Lambda}{\partial T}\right) \approx 0.5 * 10^{-6}\ /^0C$. represente le coefficient de dilatation thermique du pas due à une variation de temperature ΔT.

II.5.2.2. Dépendance de la longueur d'onde de Bragg à la contrainte

L'application d'une contrainte sur un réseau de Bragg induit une variation de la longueur d'onde de Bragg. On peut déterminer ce décalage en différenciant l'équation (II.1) comme suit :

$$\Delta\lambda_B = 2\left(\Lambda\frac{\partial n}{\partial \varepsilon} + n\frac{\partial\Lambda}{\partial \varepsilon}\right)\Delta\varepsilon \qquad \text{(II.8)}$$

Où $\Delta\varepsilon$ représente la variation de la contrainte appliquée sur le réseau. On considère que le réseau de Bragg est soumis à une déformation uni axiale selon l'axe z, et que la matière de la fibre optique est homogène et isotrope. En divisant l'expression (II.8) par λ_B, on trouve la relation suivante :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{\Lambda}\frac{\partial\Lambda}{\partial \varepsilon}\right)\varepsilon_z \qquad \text{(II.9)}$$

Avec :

$$\left(\frac{1}{\Lambda}\frac{\partial\Lambda}{\partial \varepsilon}\right) \cong 1 \qquad \text{(II.10)}$$

$$\left(\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial \varepsilon}\right) = -\frac{n^2}{2}[P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})] \quad \text{(II.11)}$$

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = (1 - \frac{n^2}{2}[P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})])\varepsilon_Z \quad \text{(II.12)}$$

Où P_{12} et P_{11} sont les coefficients de Pockel et ν est le coefficient de Poisson.

II.5.2.3. Dépendance de la longueur d'onde de Bragg à une pression hydrostatique

Comme précédemment, on peut déterminer l'influence de la variation de la pression hydrostatique sur la longueur d'onde de Bragg en tenant compte que :

$$\varepsilon_z = -(1 - 2\nu)\frac{\Delta P}{E} \quad \text{(II.13)}$$

Où ΔP est la variation de la pression hydrostatique et E le module de Young. En substituant l'équation (II.13) dans l'équation (II.12), on trouve la relation suivante :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = -(1 - \frac{n^2}{2}[P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})])(1 - 2\nu)\frac{\Delta P}{E} \quad \text{(II.14)}$$

II.6. APPROCHE THEORIQUE ET MODELISATION DES RESEAUX DE BRAGG

L'étude et l'analyse de la réponse spectrale du réseau de Bragg est très intéressante. Plusieurs approches théoriques ont été utilisées pour modéliser les caractéristiques de ce spectre comme la longueur d'onde de Bragg, la réflectivité, la dispersion… etc. Parmi ces méthodes théoriques on trouve la méthode de la théorie de Bloch. Elle a été souvent utilisée pour décrire le mouvement des électrons dans les semi-conducteurs. Cette méthode a été appliquée sur les réseaux de Bragg pour trouver les modes propres de propagation [12]. Une autre méthode de modélisation des (FBG), la théorie des modes couplés a été exposée par A.Yariv en 1973 [13]. Cette méthode théorique est couramment utilisée, grâce à son taux de réussite. C'est un outil approprié pour décrire la propagation des ondes optiques dans un guide d'onde avec un indice variant lentement le long de la longueur du guide d'onde et la fibre à réseau de Bragg présente ce type de structure [3, 5, 13].

II.6.1. Théorie des modes couplés

L'idée principale de la théorie des modes couplés est que le champ électrique du guide d'ondes avec perturbation peut être exprimé par une combinaison linéaire des modes de la distribution du champ, mais sans perturbation [3, 5, 13].

Le champ électrique modale de la fibre optique peut être représenté par :

$$E_{\pm}(x,y,z) = e_{\pm j}(x,y)e^{\pm i\beta_j z} \quad \text{j=1.2.3 …..} \qquad \text{(II.15)}$$

Où $e_{\pm j}(x,y)$ est l'amplitude du champ électrique transversale du $j^{ième}$ mode de propagation, $\pm$ représente la direction de propagation et β_j la constante de propagation. En général chaque mode de propagation admet sa valeur unique de β_j. La propagation de la lumière le long des guides d'onde optique repose sur l'usage des équations de Maxwell (chapitre I).

En notion de la théorie des modes couplés, la composante transverse d'un champ électrique à une position z dans une fibre perturbée (fibre à réseau de Bragg) peut être décrite par une superposition linéaire des modes guidés d'une fibre non perturbée, et qui est donné comme suit :

$$\vec{E}_t(x,y,z,t) = \sum_j (E_{+j}(x,y,z,t) + E_{-j}(x,y,z,t)) \qquad \text{(II.16)}$$

En substituant l'équation du champ modal (II.15) dans (II.16), le champ électrique $\vec{E}_t(x,y,z,t)$ est écrit par [3, 5] :

$$\vec{E}_t(x,y,z,t) = \sum_j \left[A_j^+(z)e^{i\beta_J z} + A_J^-(z)e^{-i\beta_j z}\right]\vec{e}_j(x,y)e^{-i\omega t} \qquad \text{(II.17)}$$

Où $A_j^+(z)$ et $A_J^-(z)$ sont les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies respectivement, β_j la constante de propagation et $\vec{e}_j$ le champ du mode transverse. Avec $\vec{E}_t(x,y,z,t)$, est une des solutions des équations de Maxwell.

L'indice de réfraction du réseau de Bragg $n(x,y,z)$ varie selon la position z le long de la fibre et s'exprime par :

$$n(x,y,z) = n(z) = n_0 + \delta n_0 + \delta n(z)\cos[\frac{2\pi}{\Lambda}z + \emptyset(z)] \qquad \text{(II.18)}$$

Où n_0 est l'indice de réfraction du cœur de la fibre sans perturbation, $\bar{n} = n_0 + \delta n_0$ la valeur moyenne de la modulation de l'indice, en général $n_0 \gg \delta n_0$, $\delta n(z)$ l'amplitude de modulation de l'indice le long de la fibre, $\emptyset(z)$ la phase du réseau et Λ la période du réseau de Bragg.

La distribution du champ électrique dans le réseau, $\vec{E}_t(x, y, z, t)$ satisfait l'équation scalaire de la propagation d'onde suivante :

$$[\nabla_t^2 + k^2 n^2(x, y, z) - \beta^2]\vec{E}_t(x, y, z, t) = 0 \qquad \text{(II.19)}$$

Où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, représente le vecteur d'onde, β la constante de propagation dans le vide et λ la longueur d'onde dans le vide.

En substituant Le champ électrique $\vec{E}_t(x, y, z, t)$ et l'indice de réfraction $n(x, y, z)$ dans l'équation de propagation (II.19) on obtient les équations des modes couplés suivantes :

$$\frac{dA_n^+}{dz} = i\sum_m A_m^+ (K_{mn}^t + K_{mn}^z)e^{i(\beta_m - \beta_n)z} + i\sum_m A_m^- (K_{mn}^t - K_{mn}^z)e^{-i(\beta_m + \beta_n)z} \qquad \text{(II.20)}$$

$$\frac{dA_n^-}{dz} = -i\sum_m A_m^+ (K_{mn}^t - K_{mn}^z)e^{i(\beta_m + \beta_n)z} - i\sum_m A_m^- (K_{mn}^t + K_{mn}^z)e^{-i(\beta_m - \beta_n)z} \qquad \text{(II.21)}$$

Où $K_{mn}^t(z)$ est le coefficient de couplage transversal entre les modes m et n donné par [5] :

$$K_{mn}^t(z) = \frac{\omega}{4}\iint_\infty dxdy\Delta\varepsilon(x, y, z)\vec{e}_{mt}\,(x, y)\vec{e}_{mt}^{\,*}(x, y) \qquad \text{(II.22)}$$

$\Delta\varepsilon$, représente la perturbation de la permittivité, approximativement donné par :

$$\Delta\varepsilon \cong 2n_0\delta n_0 \ \text{ si } n_0 \gg \delta n_0 \,. \qquad \text{(II.23)}$$

Le coefficient longitudinal K_{mn}^z est analogue à K_{mn}^t , mais en général, $K_{mn}^t \gg K_{mn}^z$ pour les modes de fibre et ce coefficient-là est donc habituellement négligeable.

II.6.2. Modélisation des réseaux de Bragg

L'application de la théorie des modes couplés dans le cas du réseau de Bragg repose sur les approximations suivantes [5, 14] :

- ✓ la fibre est monomode et sans perte, il n'y a pas de modes de propagation en dehors du cœur de la fibre. ce qui permet de négliger les modes de gaine,
- ✓ l'interaction a lieu seulement entre les modes contra-propagatifs dans le cœur,
- ✓ la différence entre les indices de réfraction du cœur et de la gaine étant très petite.

La distribution du champ électrique (II.16) selon l'axe de propagation z est décrite, en termes de modes fondamentaux incidents et réfléchis, comme suit [5,14]:

$$E(x, y, z) = \left[A^{+}(z)e^{-i\beta z} + A^{-}(z)e^{i\beta z}\right]e_t(x, y) \qquad \text{(II.24)}$$

On remplace l'équation (II.24) dans les équations des modes couplés (II.20) et (II.21) et on obtient les équations des modes couplés simples suivantes :

$$\frac{dU(z)}{dz} = i\hat{\sigma}(z)U(z) + iK(z)V(z) \qquad \text{(II.25)}$$

$$\frac{dV(z)}{dz} = -i\hat{\sigma}(z)V(z) - iK^{*}(z)U(z) \qquad \text{(II.26)}$$

Où $U(z)$ et $V(z)$ sont respectivement le mode incident et le mode réfléchie, donnés par :

$$U(z) = A^{+}(z)e^{\left(i\delta z - \frac{\emptyset}{2}\right)} \qquad \text{(II.27)}$$

$$V(z) = A^{-}(z)e^{\left(-i\delta z - \frac{\emptyset}{2}\right)} \qquad \text{(II.28)}$$

Avec $\hat{\sigma}(z)$ le coefficient de l'auto-couplage (DC) et $K(z)$ représente le coefficient général de couplage (AC) qui permet l'échange d'énergie entre les modes. Ces deux coefficients sont très importants pour la simulation de la réponse spectrale d'un réseau de Bragg [5,15].

Le coefficient de l'auto-couplage $\hat{\sigma}(z)$ est donné par cette relation :

$$\hat{\sigma} = \delta + \sigma - \frac{1}{2}\frac{d\emptyset}{dz} \qquad \text{(II.29)}$$

Où $\frac{1}{2}\frac{d\emptyset}{dz}$ décrit le « chirp », variation de la période du réseau et $\emptyset$ la phase. Le désaccord « detuning » δ est représenté comme suit :

$$\delta = \beta - \frac{\pi}{\Lambda} = \beta - \beta_B \quad \text{(II.30)}$$

$$\delta = 2\pi n_{eff}(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B}) \quad \text{(II.31)}$$

Où $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$, est la longueur d'onde conçue pour la réflexion de Bragg. Pour une variation minimale de l'indice de réfraction effectif ($\delta n_{eff} \approx 0$) on a :

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda}\delta n_{eff} \quad \text{(II.32)}$$

Le coefficient général de couplage $K(z)$ est donné par cette relation :

$$K = K^* = \frac{\pi}{\lambda}\delta n(z)g(z)v \quad \text{(II.33)}$$

Où $g(z)$ représente la fonction d'apodisation et v la visibilité de frange.

II.6.3. Solution des équations des modes couplés

À partir des équations des modes couplées (II.25) et (II.26) et l'utilisation des conditions au limites de la propagation d'un champ optique à travers le réseau, on peut calculer le coefficient de réflexion et de transmission d'un réseau de Bragg.

Considérons donc un réseau de Bragg de longueur L, Λ son pas, n_{eff} l'indice de réfraction du mode guidé et λ_B la longueur d'onde de Bragg. La figure (II.8) décrit les conditions aux limites de la propagation des modes contra-propagatifs $U(z)$ et $V(z)$. Le signal incident à partir du côté gauche du réseau donne $U(0)$=1 et $V(L) = 0$. À l'aide de ces conditions initiales et les équations des modes couplées on obtient le coefficient de réflexion comme suit :

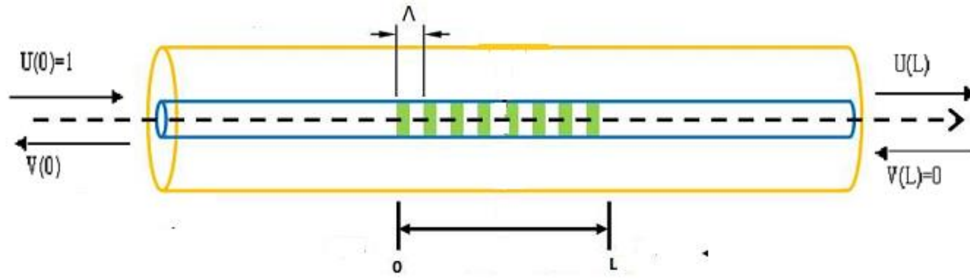


Figure (II.8) : Réflexion et transmission des modes guidés dans un réseau de Bragg

Côté gauche :

$$\begin{cases} U(0) = 1 \\ V(0) = ? \end{cases} \quad \text{(II.34)}$$

Côté droit :

$$\begin{cases} U(L) = ? \\ V(L) = 0 \end{cases} \quad \text{(II.35)}$$

L'amplitude du coefficient de réflexion r est donnée par :

$$r = \frac{V(0)}{U(0)} \quad \text{(II.36)}$$

La réflectivité du réseau de Bragg R est écrite comme suit :

$$R = |r^2| \quad \text{(II. 37)}$$

II.6.3.1. Réseaux de Bragg uniformes

Pour un réseau de Bragg uniforme, les deux coefficients de couplage K et $\hat{\sigma}$ sont des constantes. Cependant on peut résoudre les équations des modes couplées (II.25) et (II.26) analytiquement. En dérivant ces équations et à l'aide des conditions aux limites décrites auparavant par les équations (II.34) et (II.35), on obtient:

$$\frac{d^2U}{dz^2} = (K^2 - \hat{\sigma}^2)U$$
$$\frac{d^2V}{dz^2} = (K^2 - \hat{\sigma}^2)V \qquad \text{(II.38)}$$

Dans ce cas l'amplitude du coefficient de réflexion est obtenue par cette relation [5, 14,15] :

$$r = V(0) = \frac{-K\sinh(\sqrt{K^2 - \hat{\sigma}^2}L)}{\hat{\sigma}\sinh(\sqrt{K^2 - \hat{\sigma}^2}L) + i\sqrt{K^2 - \hat{\sigma}^2}\cosh(\sqrt{K^2 - \hat{\sigma}^2}L)} \qquad \text{(II.39)}$$

La réflectivité du réseau R est donnée par :

$$R = |r|^2 = \frac{\sinh^2(\sqrt{K^2 - \hat{\sigma}^2}L)}{\cosh^2(\sqrt{K^2 - \hat{\sigma}^2}L) - \hat{\sigma}^2/K^2} \qquad \text{(II.40)}$$

Pour un réseau uniforme, la fonction d'apodisation $(g(z) = 1)$ et la visibilité v prend également la valeur 1. À la longueur d'onde de Bragg λ_B, le coefficient de l'auto-couplage ($\hat{\sigma}$=0) et le réseau présente un pic de réflectivité R_{max} suivant cette forme:

$$R_{\max} = \tanh^2(|K|L) \qquad \text{(II.41)}$$

Les caractéristiques de la réflectivité peuvent être exprimées par les paramètres suivants [16] :

1. la longueur du réseau L,
2. la longueur d'onde centrale, λ_B,
3. l'indice effectif n_{eff} ,
4. l'amplitude de modification de l'indice effectif, Δn_{eff},
5. le pic de réflectivité R_{max}.

La réflectivité d'un réseau peut atteindre 1 si on augmente la longueur du réseau ou la modulation de l'indice de réfraction Δn. Les figures (II.9.a), (II.9.b), (II.9.c) et (II.9.d) illustrent l'allure de la réflectivité d'un réseau uniforme simulée pour différentes valeurs de la longueur du réseau. Les valeurs de simulation sont : L= (5mm, 7mm, 10mm, 15mm), λ_B=1550mm, n_{eff} =1.47, Δn_{eff}=1^{e-4}.

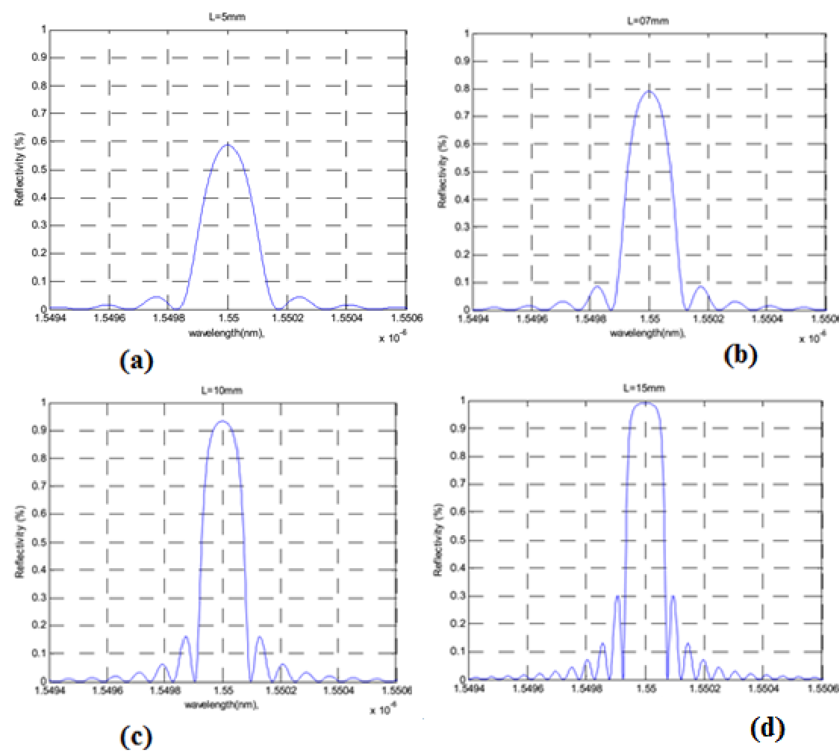


Figure (II.9) : Réflectivité d'un réseau uniforme pour différentes valeurs de L [16].

À partir de la figure (II.9) on constate qu'avec l'augmentation de la longueur du réseau on obtient une réflectivité plus importante, mais on observe aussi que le nombre des lobes secondaires augmente aussi. Ces lobes peuvent être éliminés par l'utilisation des réseaux de Bragg apodisés.

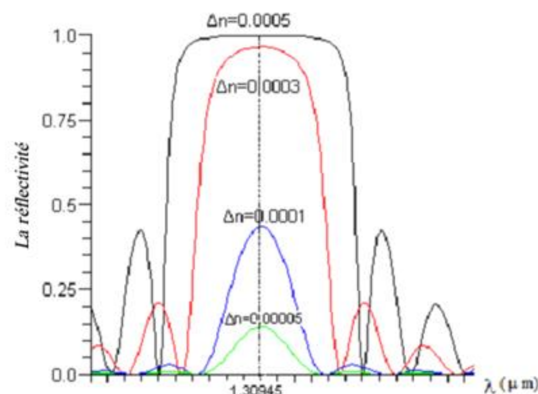


Figure (II.10): Réflectivité d'un réseau uniforme pour différentes valeurs de Δn [17].

La figure (II.10) présente l'allure de la réflectivité d'un réseau de Bragg uniforme ayant les paramètres suivants L=4mm, λ_B=1309.45 nm, n_{eff} =1.441, simulée en fonction de la longueur d'onde pour différentes valeurs de Δn_{eff} (0.00005, 0.0001, 0.0003, 0.0005). On remarque que nous obtenons une réflectivité plus importante et une largeur spectrale plus grande en augmentant la valeur de Δn_{eff} . Cette conclusion assure la possibilité de concevoir des réseaux de Bragg courts qui fournissent quand même de très bonnes réflectivités en diminuant Δn_{eff} .

II.6.3.2. Réseaux de Bragg non uniformes

La résolution des équations des modes couplés (II.25) et (II.26) analytiquement pour un réseau de Bragg non uniforme est très difficile. Plusieurs méthodes numériques ont été employées [18,19]. Mais la plus commune et la plus utile pour simuler les spectres de réflexion ou transmission d'un réseau non uniforme est la méthode des matrices de transfert (TMM, Transfer Matrix Methode). Cette méthode numérique a été décrite spécifiquement pour la première fois par Yamada [20].

La méthode des matrices de transfert consiste à diviser le réseau non uniforme de longueur L en M segments uniformes de longueur L_i, figure (II.11). A chaque sous réseaux i correspond une matrice de transfert F_i. Les termes de cette matrice d'ordre 2 sont décrits comme suit [5,16]:

$$[F_i]=\begin{bmatrix} \cosh(\gamma_B dz)-i\dfrac{\hat{\sigma}}{\gamma_B}\sinh(\gamma_B dz) & -i\dfrac{K}{\gamma_B}\sinh(\gamma_B dz) \\ i\dfrac{K}{\gamma_B}\sinh(\gamma_B dz) & \cosh(\gamma_B dz)+i\dfrac{\hat{\sigma}}{\gamma_B}\sinh(\gamma_B dz) \end{bmatrix} \quad \text{(II.42)}$$

Où $\hat{\sigma}$ est le coefficient de l'auto-couplage donné par la relation (II.29), K le coefficient général de couplage défini par la relation (II.32) et γ_B est décrit comme suit :

$$\gamma_B=\sqrt{K^2-\hat{\sigma}^2}\ \ (K^2>\hat{\sigma}^2) \quad \text{(II.43)}$$

$$\gamma_B=i\sqrt{\hat{\sigma}^2-K^2}\ \ (K^2<\hat{\sigma}^2) \quad \text{(II.44)}$$

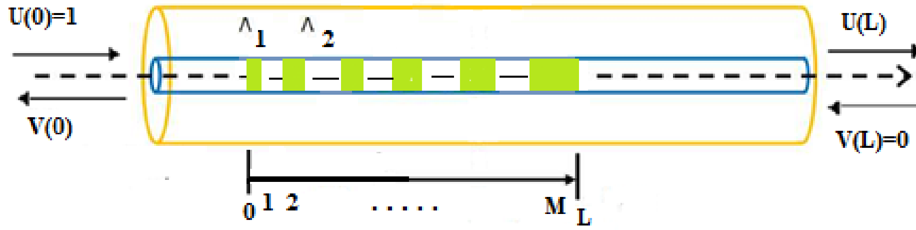


Figure (II.11) : Principe de la méthode des matrices de transfert.

On peut ensuite calculer le produit des matrices individuelles pour trouver la matrice totale présentée par cette relation :

$$\begin{bmatrix} U(L) \\ V(L) \end{bmatrix} = [F_{tot}] \begin{bmatrix} U(0) \\ V(0) \end{bmatrix} \quad \text{(II.45)}$$

Où

$$[F_{tot}] = [F_M] \times [F_{M-1}] \times .....[F_i] \times ...[F_2] \times [F_1] = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \quad \text{(II.46)}$$

Avec l'utilisation des conditions aux limites qui sont décrites par les équations (II.34) et (II.35), on obtient enfin le coefficient de réflexion présenté par :

$$r = -\frac{F_{21}}{F_{22}} \quad \text{(II.47)}$$

Et le coefficient de transmission donné par :

$$t = \frac{1}{F_{11}} \quad \text{(II.48)}$$

II.6.4. Calcul du délai de groupe et de la dispersion

La dispersion de vitesse de groupe induit dans un guide d'onde optique perturbe la propagation du signal dans les réseaux de télécommunication. Ce phénomène se traduit par

l'élargissement temporel des impulsions lumineuses constituant le signal, ce qui a pour effet d'introduire des distorsions dans le signal transmis. Il est donc intéressant de caractériser les composants optiques en termes de dispersion. On peut calculer le délai de groupe et la dispersion d'un réseau de Bragg à partir de la phase du coefficient de réflexion [15].

Le délai de groupe τ_r(ps) est défini par cette relation :

$$\tau_r = \frac{d\theta_r}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c}\frac{d\theta_r}{d\lambda} \tag{II.49}$$

Ou θ_r est la phase du coefficient de réflexion (r).

La dispersion d_r (en ps/nm) est donnée par cette relation :

$$d_r = \frac{d\tau_r}{d\lambda} = \frac{2\tau_r}{\lambda} - \frac{\lambda^2}{2\pi c}\frac{d^2\theta_r}{d\lambda^2} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\frac{d^2\theta_r}{d\omega^2} \tag{II.50}$$

II.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté la structure d'un réseau de Bragg photo inscrit dans une fibre optique ainsi que les différentes techniques d'inscription utilisées. Ensuite nous avons décrit les deux paramètres caractéristiques du réseau de Bragg, le pas et l'indice de réfraction ainsi que leur dépendance aux sollicitations externes d'origine thermique, mecanique et hydrostatique. Cette sensibibité représente un atout dans le domaine des capteurs à réseaux de Bragg. Les applications des réseaux de Bragg dans le domaines des telecomunications ont été également présentés.

Une étude théorique sur la propagation des ondes lumineuses dans la structure FBG a été décrite par les équations des modes couplés. Ces équations peuvent etre résolu annalytiquement pour un réseau uniforme, cependant pour un réseau non uniforme, l'utilisation d'une méthode numérique s'avere nécéssaire . Dans ce chapitre nous avons décrit la méthode des matrices de transfert (TMM) pour simuler et analyser le spectre de réflectivité d'un réseau non uniforme et cette intéressante approche numérique a démontré son efficacité.

II.8. REFERENCES

[1] K.O.Hill,Y.Fujii,D.C.Johnson and B.S.Kawasaki,'Photo-sensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication', App. Phys. Lett., 32, 647-649, (1978).

[2] G. Meltz, W. W. Morey and W. H. Glen, 'Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method', Opt. Lett., 14, 823-825, (1989).

[3] R. Kashyap, Fiber Bragg Gratings, Academic Press, chapter 4, 153, (1999)

[4] K.O.Hill, B.Malo, F.Bilodeau, D.C.Johnson & J.Albert, "Bragg grating fabricated inmon omode photosensitive optical fiber by UV exposure through a phase mask", Appl.Phys Lett., Vol.62, 10,pp.1035-1037,(1993).

[5] Erdogan T., "Fiber grating spectra," J. Lightwave Technol. 15, 1277 （1997）.

[6] A. Othonos, "Fiber Bragg gratings," Rev. Sci. Instrum. 68, pp. 4309-4341, (1997).

[7] A. Orthonos and K. Kalli, "Fiber Bragg Grating: Fundamentals and Applications in Telecommunications and Sensing," Boston: Artech House, (1999).

[8] I.Riant, «Fiber Bragg grating for optical telecommunication», C.R.Physique, pp 41-49, (2003).

[9] A. D. Kersey, M. A. Davis, H. J. Patrick, M. LeBlanc, K. P. Koo, C. G. Askins, M. A. Putnam and E. J. Friebele, 'Fiber Grating Sensors', Journ. of Light. Tech., 15, 1442-1463, (1997).

[10] Y. J. Rao, 'In-fibre Bragg grating sensors', Meas. Sci. Tech., 8, 355-375, (1997).

[11] S. S. Saini, C. Stanford, S. M. Lee, J. Park, P. DeShong, W. E. Bentley and M. Dagenais "Monolayer Detection of Biochemical Agents Using Etched-Core Fiber Bragg Grating Sensors" IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 19, No. 18, September 15, (2007),1341.

[12] P. S. J. Russell, J. Mod. Opt. **38**, 1599 (1991).

[13] A.Yariv,'Coupled mode theory for guided wave optics',IEEE J.Quantum Electron, vol.QE-9,pp.919-933,septembre (1973).

[14] A.W.Snyder and J.D.Love,"Optical waveguide theory (Chapman end Hall,1983)

[15] Xunqi.Wu,"Etude de cavités optiques formées de miroirs de Bragg à réseaux à pas variable: application aux filters et lasers" these de doctorat Other. Supélec. French (2012).

[16] A.Ikhlef. R.Hedara, M.Chikh-bled, “Uniform fiber Bragg grating modeling and simulation used matrix transfer method” IJSCSI, Vol. 9, issue 1, January (2012).

[17] M.Suleiman”Conception d’un capteur optoélectronique par interférométrie à réto-injection optique pour la modulation des signaux de fibres optiques à réseaux de Bragg” these de doctorate université de Toulouse (2008).

[18] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical recipes in C - the art of scientific computing, (Cambridge University Press), , pp. 707-753,(1988).

[19] L. A. Weller-Brophy and D. G. Hall, "Analysis of waveguide gratings: application of Rouard’s method", J. Opt. Soc. Am. A, 2, pp. 863-871 (1985).

[20] M.Yamada and K.Sakuda, “Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguide via a fundamenta matrix approach”, Applied Optics, v.26, no.16, pp.3474-3478, (1987).

Chapitre : III

THEORIE DES SOLITONS

III.1. INTRODUCTION

L'étude de la propagation des ondes de types solitons dans les guides d'ondes optiques constitue un sujet de recherche fondamental et très intéressant. Ce phénomène est apparu dans les dernières années du vingtième siècle comme une technique extrêmement prometteuse pour transmettre sur des fibres optiques des débits très élevés sur de très grandes distances.

Un soliton optique est une impulsion lumineuse pouvant se propager sans déformation sur des distances extrêmement grandes (théoriquement infinies). Il reste stable au cours de sa propagation et ceci grâce à la compensation mutuelle de la dispersion chromatique et l'effet non linéaire (Kerr) [1]. La dispersion a pour effet l'étalement de l'impulsion par contre l'effet Kerr entraine l'effet inverse.

Comme de nombreux guides d'ondes optiques, les réseaux de Bragg fibrés sont susceptibles de donner lieu à la propagation d'ondes solitaires. Ce phénomène a été mentionnée pour la première fois par Chen et Mills en 1987 [2], avec la propagation d'un soliton particulier appelé « soliton de Bragg ». De même que le soliton conventionnel dans la fibre optique, le soliton de Bragg résulte des deux effets combinés, l'effet Kerr (auto-modulation de phase) et la dispersion de vitesse de groupe induite par le réseau. Ce soliton peut se propager sans déformation dans le réseau avec une fréquence située dans la bande interdite et une vitesse pouvant avoisiner celle de la lumière.

Nous abordons ce chapitre par un rappel historique sur le concept soliton. Les différents types de solitons optiques pouvant se propager dans une fibre optique seront aussi présentés. Une partie du chapitre sera consacré à l'étude théorique de la propagation des solitons de Bragg dans la structure FBG. Aussi, l'utilisation de la méthode numérique SSFM dans notre contribution concernera l'étude de la dynamique non linéaire des solitons optiques.

III.2. RAPPEL HISTORIQUE

Le soliton est une onde solitaire qui se propage dans les milieux non-linéaires et dispersifs. Cette onde spécifique, possède des propriétés de stabilité remarquables, (localisation spatiale,

conservation de la vitesse de propagation et de l'énergie). La première observation d'un soliton fut réalisée par l'ingénieur écossais John Scott Russell en 1834 [3]. Alors qu'il se promenait à cheval le long d'un canal dans la région d'Edimbourg, un bateau qui était tiré le long de ce canal s'arrêta brusquement près de lui. Ce bateau mit en mouvement dans le canal une masse d'eau que J.S. Russell tenta de suivre. Il observa alors que cette masse d'eau prit la forme d'un paquet d'eau rond qui se propageait dans le canal sans changement de forme ni variation de vitesse. Il perdit ensuite la trace de cette « grande onde solitaire » après l'avoir suivi pendant un ou deux miles, figure (III.1).



Figure (III.1) : Simulation de l'observation de J.S. Russell [3].

John Scott Russell a été tellement fasciné par ce phénomène étrange, qu'il a consacré une dizaine d'années de sa vie à étudier le concept de cette vague solitaire. Cependant il fallut attendre 1895 pour que l'équipe de Kertweg et Vries décrit ce phénomène théoriquement par le développement d'une équation non-linéaire dite de « Kertweg et de Vries » (KDV). La forme simple de cette équation est donné par :

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + 6A\frac{\partial \ A(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial^3 A(z,t)}{\partial z^3} = 0 \qquad \text{(III.1)}$$

Où $A(z,t)$ représente l'amplitude du champ hydrodynamique qui se propage à la surface de l'eau selon l'axe z.

Cette équation admet comme solutions analytiques des solitons dont celles de Russell et ceux sont Zabusky et Cruskal les premiers a les avoir trouvé en 1965 par l'utilisation de la méthode transformation inverse [1,4]. Ces solutions présentent une allure de type séquente hyperbolique comme suit:

$$A(z,t) = \frac{v}{2} \sec h^2 \left[\frac{\sqrt{v}}{2} (Z - vt) \right] \qquad \text{(III.2)}$$

Où v est la vitesse du soliton, et $sech$ est la fonction séquente hyperbolique.

D'un point de vue fondamental, la formation des solitons dans les milieux non linéaires et dispersifs est dû à un exact équilibre entre la dispersion (ou la diffraction) qui tend à l'expansion de l'onde localisée, et l'effet non-linéaire qui contre balance l'effet dispersif. Cette caractéristique est unique : cela implique qu'à travers l'effet non-linéaire, l'onde induit simultanément un puit de potentiel et se capture elle-même dans son propre potentiel induit. Encore plus fascinant et en se propageant, les solitons peuvent interagir avec d'autres solitons et possédent donc à ce titre les mêmes propriétés qu'une particule. Cependant les solitons ou les ondes solitaires se manifestent donc naturellement dans la plupart des systèmes non-linéaires et sont même devenus indispensables pour la description de nombreux phénomènes physiques tels que [1-7] :

- la propagation de certaines ondes en mécanique des fluides,
- les ondes localisées dans les plasmas astrophysiques,
- la propagation de faisceaux lasers dans les fibres optiques,
- les phénomènes de transport de charge dans les polymères conducteurs,
- les modes localisés dans les cristaux magnétiques,
- les dynamiques de macromolécules biologiques comme l'ADN et les protéines.

La propagation des ondes solitaires dans les fibres optiques est couramment modélisée par l'équation non linéaire de Schrödinger. Cette équation peut décrire tous les effets linéaires et non linéaires qui affectent l'impulsion au cours de sa propagation dans la fibre optique (voir chapitre I). La forme simple de cette équation est donnée par :

$$\frac{\partial A}{\partial z}+i\frac{B_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2}-i\gamma|A|^2 A=0 \qquad \text{(III.3)}$$

L'équation (III.3) inclut le terme de dispersion de deuxième ordre B_2, et la non linéarité de type Kerr γ. Cette équation représente un modèle complètement intégrable, où il est possible d'obtenir des solutions analytiques de types soliton. En 1972, Zakharov et Shabbat, ont été les premiers à résoudre cette équation et ceci grace à la méthode de la diffusion inverse [8]. Ils ont trouvés deux types de soliton : pour $\beta_2>0$, (dispersion normale), la solution prend la forme d'une tangente hyperbolique qui représente un soliton sombre. Mais dans le cas où $\beta_2<0$ (dispersion anormale), la solution prend la forme d'une séquente hyperbolique qui représente un soliton brillant. En 1973, Hasegawa et Tappert ont démontré numériquement la stabilité des impulsions pico-seconde de type soliton dans les fibres optiques [9,10]. Ensuite, en 1980, le soliton optique fut démontré expérimentalement par Mollenauer et ses collaborateurs [11]. De nos jours, de nombreux laboratoires de recherche en transmission de l'information travaillent sur la dynamique et la stabilité des solitons dans les fibres optiques et les structures périodique tels que les réseaux de Bragg. En effet, le soliton ayant la capacité de se propager en gardant ses propriétés, il peut permettre de concevoir des systèmes optiques plus performants et donc d'améliorer grandement les technologies de l'information et de la communication.

III.3. DIFFERENTS TYPES DE SOLITONS OPTIQUES

En effet, toute impulsion ou paquet d'ondes a une tendance naturelle à s'étaler durant sa propagation dans un milieu. En optique, une onde localisée dans l'espace ou dans le temps peut subir un étalement, soit de son enveloppe temporelle ou bien de ses dimensions spatiales ou même des deux simultanément.

Pour une impulsion temporelle, l'étalement est dû à la dispersion chromatique, par contre l'étalement d'une impulsion spatiale est dû à la diffraction. En régime non linéaire, les effets non linéaires jouent un rôle principal dans la compensation de ces étalements et donnent lieu ainsi à l'apparition des solitons. Dans ce concept, il en résulte trois types de soliton optique : les solitons temporels, les solitons spatiaux et les solitons spatiaux temporels ou bille de lumière.

III.3.1. Solitons temporels

La balance entre l'effet de dispersion chromatique et l'auto-modulation de phase induit par l'effet Kerr, est la clé de la formation des solitons temporels. En effet, la dispersion chromatique induit un élargissement temporel de l'impulsion, en opposition, l'auto-modulation de phase (SPM) induit l'effet inverse (compression de l'impulsion) [9,10].

L'auto-modulation de phase qui dépend de l'indice non linéaire n_2, et de l'intensité *I*, se traduit par un déphasage non linéaire $\Delta\phi_{SPM} = n_2 k_0 I L$ de l'impulsion après une propagation sur une distance *L*. Ce déphasage induit un décalage de fréquence $\frac{d\Delta\phi}{dt} = -\Delta\omega$. Il est donc possible d'obtenir une impulsion soliton si le décalage de fréquence compense exactement la dispersion chromatique.

III.3.1.1. Soliton brillant

En régime de dispersion anormale (β_2<0), les hautes fréquences sont plus rapides que les basses fréquences. En opposition l'effet non linéaire (SPM) va produire un décalage de fréquence se traduisant par le ralentissement des fréquences élevées et l'accélération des fréquences basses. Ainsi, sous certaines conditions, un équilibre peut s'instaurer et l'effet Kerr maintient alors en phase les composantes fréquentielles qui se seraient étalées par dispersion.

L'impulsion qui en résulte, est appelée soliton brillant: elle est couramment rencontrée dans les fibres optique qui possèdent un régime de dispersion anormale. Théoriquement, elle correspond à une famille de solutions analytiques de l'équation de Schrödinger (III.3), avec un profil en séquente hyperbolique et une phase plane. La solution d'un soliton fondamental brillant se présente comme suit [11]:

$$u(Z,\tau) = \mathrm{sec}h(\tau)\exp\left(iZ/2\right) \qquad \text{(III.4)}$$

Où Z et τ, sont la distance et le temps normalisés respectivement.

L'amplitude normalisée *u* est définie comme suit:

$$u = N\frac{A}{\sqrt{P_0}} = \sqrt{\gamma L_D}\,A \qquad \text{(III.5)}$$

Avec P_0 , la puissance crête de l'impulsion et N l'ordre du soliton donné par :

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^{\;2}}{|B_2|} \qquad \text{(III.6)}$$

Le soliton fondamental (N=1), se propage sans déformation par rapport aux soliton d'ordre supérieur. De ce fait, il est le plus attractif pour les transmissions optiques. La figure (III.2) présente le comportement d'un soliton fondamental dans une fibre optique.

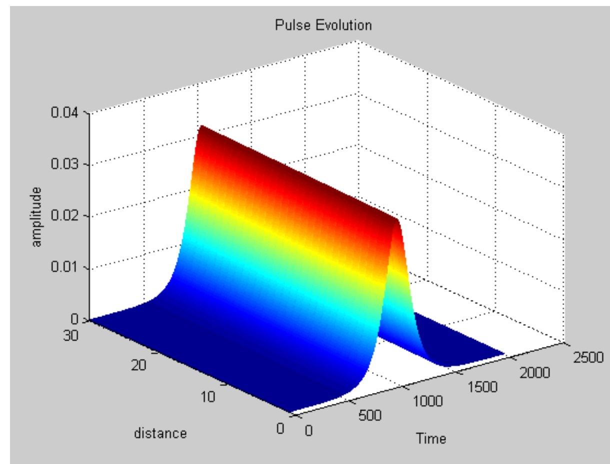


Figure (III.2) : Evolution d'un soliton fondamental brillant dans une fibre optique.

III.3.1.2. Soliton noir

En régime de dispersion normale (β_2>0), les fréquences élevées sont cette fois plus lentes que les fréquences basses. Pour compenser l'effet d'étalement du à la dispersion chromatique, il faut inverser le signe de la variation temporelle de la loi d'auto-modulation de phase. Ainsi, l'équilibre peut être instauré et l'impulsion qui en résulte dans ce cas est appelée « soliton noir ». C'est une impulsion particulière qui possède deux fronts de phase plane de part et d'autre du creux, d'un profil de forme tangente hyperbolique. L'équation (III.7) présente le profil d'un soliton fondamental noir [11]:

$$u(Z,\tau) = \tanh(\tau)\exp(iZ) \qquad \text{(III.7)}$$

La figure (III.3) présente l'évolution d'un soliton fondamental noir.

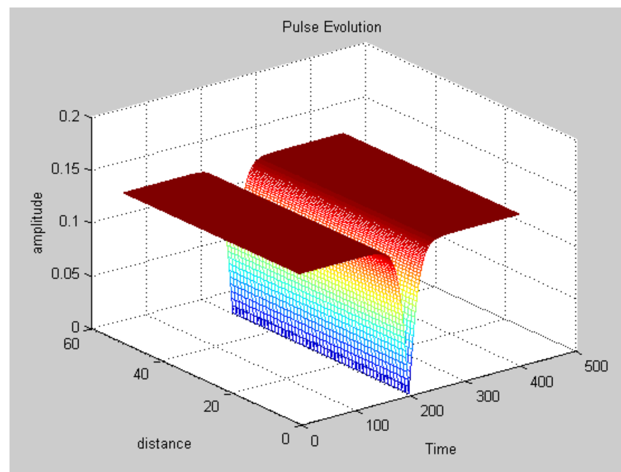


Figure (III.3) : Evolution d'un soliton fondamental noir dans une fibre optique.

III.3.2. Solitons spatiaux

Les solitons spatiaux sont des faisceaux optiques dont la diffraction naturelle a été compensée par l'effet non linéaire du milieu de propagation sensible à l'intensité. La diffraction induit un élargissement du faisceau, par contre l'effet non linéaire agit comme une lentille convergente ou divergente selon que l'indice est augmenté ou diminué. Cet effet va permettre l'auto focalisation du faisceau durant sa propagation. Tout comme dans le domaine temporel, quand les deux effets l'auto-focalisation et la diffraction naturelle se compensent exactement, l'observation d'un soliton spatial sera possible. Ces solitons présentent eux aussi un intérêt pour les télécommunications [13].

III.3.3. Billes de lumière

Au carrefour des solitons spatiaux et temporels, les solitons spatio-temporels viennent compléter la gamme déjà riche en diversité des solitons. La propagation d'une impulsion optique intense et focalisée est gouvernée par l'entrejeu entre la diffraction, la dispersion de vitesse de groupe et les

différents processus non linéaires présents. Sous certaines conditions, les non linéarités peuvent être utilisées pour compenser à la fois la diffraction et la dispersion chromatique, et ainsi produire simultanément un soliton dans l'espace et dans le temps. Des études expérimentales récentes ont montré que les matériaux possédant une forte non-linéarité avec un indice de réfraction non linéaire d'ordre quatre négatif devaient permettre cette propagation solitonique [14,15]. Au-delà de leur intérêt scientifique, ces véritables « boules de lumière » constituent une source d'applications potentielles notamment en traitement tout optique de l'information (commutation ultrarapides, contrôle de trajectoire, opération logiques) à trois dimensions [14,16].

III.4. SOLITONS BRAGG

Les solitons Bragg sont réalisés par l'équilibre de la balance entre la dispersion du réseau de Bragg et la non-linéarité de type Kerr de la fibre. En effet la périodicité de l'indice de réfraction induit une bande photonique interdite (PBG), dont la position de cette bande sur l'axe fréquentiel dépend de l'indice de réfraction du milieu. Dans la présence d'effet Kerr non linéaire, l'intensité du champ optique est suffisante pour modifier l'indice de réfraction. Cependant une fréquence située dans la bande interdite à faible puissance ne le sera pas nécessairement à plus forte puissance. Ainsi, une impulsion intense et dont la fréquence se trouve dans la bande interdite pourra être confinée dans le réseau. Dans les ailes de cette impulsion, l'intensité est faible et il y aura réflexion de Bragg, par contre, en son centre, les ondes régressives et progressives pourront se propager, empêchant l'impulsion de disperser dans la structure, et permettre ainsi la formation d'impulsion solitonique (Gap soliton), qui peuvent se propager sans déformation. Avec cette configuration, le soliton de Bragg est formé par la superposition de deux ondes de fréquences différentes, l'onde progressive et l'autre régressive. Si les intensités des deux sont égales, l'enveloppe de l'impulsion restera immobile dans le réseau, c'est le cas d'un soliton de Bragg stationnaire [2]. Dans le cas où les intensités sont différentes, l'enveloppe de l'impulsion se propagera dans la direction de la plus intense des deux, avec une vitesse comprise entre zéro et la vitesse de groupe de ces ondes en l'absence de réseau [17].

En dehors de la bande interdite, les solitons de Bragg peuvent aussi exister, mais dans ce cas, leur formations s'explique par un équilibre entre la dispersion du réseau et la non-linéarité, en parfaite analogie avec les solitons temporels dans les fibres optiques

L'existence des solitons dans les réseaux de Bragg a été mentionnée pour la première fois en 1987 par Chen et Mills [2]. Par simulation numérique, ils ont démontré la possibilité d'auto-localisation de la lumière dans le réseau de Bragg sous forme d'un soliton particulier dit « soliton de Bragg ». Ensuite, en 1988, Sipe et Winful puis Destterke et Sipe [17,18], ont montré que, dans une certaine limite, la propagation des impulsions optiques dans les FBG pouvait être modélisée par un système d'équations aux modes couplés linéaires en régime linéaire, et par un système d'équations aux modes couplés non linéaires en régime non linéaire. Bien que non intégrable, ce système d'équations non linéaires possède des solutions analytiques localisées. En 1989, Aceves et Wabnitz [19], Christodoulides et Joseph [20], sont les premiers à avoir réussis l'obtention de ces solutions analytiques. Peux après en 1993, Feng et Kenbuhl [21], ont trouvé des solutions analytiques de type soliton brillant ou noir, mais dont l'amplitude du champ ne s'annule pas à l'infini.

Expérimentalement, plusieurs travaux ont été réalisés pour démontrer et observer la formation des solitons de Bragg. En 1998 Taverner et ses collaborateurs [22] ont rapporté la première observation de la génération du soliton Bragg dans la zone de la bande interdite. Ensuite, en 1999 Eggleton et al [23], ont réalisé avec succès la première observation du soliton Bragg en dehors de la bande interdite où le réseau est transmissive mais fortement dispersif.

Récemment, les applications des solitons Bragg dans la réalisation des systèmes bistables ont été extrêmement étendues. On les retrouve dans la compression des impulsions, la limitation, les opérations de logique et finalement, vu que la vitesse du soliton Bragg peut être arbitrairement faible, il pourrait être utilisé comme mémoire temporaire.

III.4.1. Equation des modes couplés non linéaires

La compréhension théorique de la propagation non linéaire des impulsions optiques dans les réseaux de Bragg fibrés repose sur la théorie des modes couplés. Cette dernière est largement

appliquée pour décrire la propagation linéaire dans les structures périodiques telles que les réseaux de Bragg (voir chapitre II). Mais elle présente la simplicité et la facilité d'utilisation en présence des non linéarités.

Afin d'établir le système d'équations des modes couplés non linéaires, commençons par l'équation d'onde qui décrit la propagation de la lumière dans les fibres optiques (voir chapitre I), donnée par cette relation [24 ,25]:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad \text{(III.8)}$$

Où la polarisation $\vec{P}$ induite dans la fibre optique peut être exprimée par cette relation :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi^1 \vec{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} \vec{E} \quad \text{(III.9)}$$

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3}{4}\chi^3 |E|^2 \quad \text{(III.10)}$$

En présence d'un réseau de Bragg uniforme le champ électrique prend la forme suivante :

$$\vec{E}(r,t) = \frac{1}{2}F(x,y)(A_+(z,t)e^{-i(\omega_0 t - k_B z)} + A_-(z,t)e^{-i(\omega_0 t + k_B z)}) \quad \text{(III.11)}$$

Où A_+ et A_- sont les enveloppes des deux ondes progressive et régressive respectivement.

Avec :

$k_B = \frac{\pi}{\Lambda}$ et ω_0 qui représentent respectivement le vecteur d'onde et la fréquence centrale.

Dans le domaine fréquentiel, le champ électrique satisfait l'équation de Helmholtz suivante :

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{E} = 0 \quad \text{(III.12)}$$

Avec :

$$\tilde{E}(r,\omega) = F(x,y)(\tilde{A}_+(z,\omega)e^{i(k_B z)} + \tilde{A}_-(z,\omega)e^{-i(k_B z)}) \quad \text{(III.13)}$$

Où $\varepsilon(\omega)$ est la fonction diélectrique tel que :

$$\varepsilon(z) = 1 + \chi^{(1)}(z) + \varepsilon_{NL} \quad \text{(III.14)}$$

En utilisant la relation entre la fonction diélectrique et l'indice de réfraction :

$$\varepsilon(\omega) = n^2(\omega) \tag{III.15}$$

Où la modulation de l'indice de réfraction en régime non linéaire est donnée par :

$$\tilde{n}(\omega, z) = \bar{n}(\omega) + \delta n + n_2 |E|^2 \tag{III.16}$$

On introduit les équations (III.13) et (III.16) dans l'équation d'onde (III.12), et avec quelques simplifications et quelques transformations algébriques on obtient dans le domaine fréquentiel les équations non linéaires des modes couplés suivantes [23, 24] :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{A}_+}{\partial z} = i[\delta(\omega) + \Delta B]\tilde{A}_+ + i\kappa\tilde{A}_- \\ -\dfrac{\partial \tilde{A}_-}{\partial z} = i[\delta(\omega) + \Delta B]\tilde{A}_- + i\kappa\tilde{A}_+ \end{cases} \tag{III.17}$$

Où $\delta(\omega)$, est le désaccord de fréquences défini par :

$$\delta(\omega) = \left(\tilde{n}/_{c}\right)(\omega - \omega_B) = B(\omega) - k_B \tag{III.18}$$

Et κ représente le coefficient de couplage linéaire, qui permet l'échange d'énergie entre l'onde progressive et l'onde régressive. Pour un réseau de Bragg uniforme, κ est donné par cette relation :

$$\kappa = \frac{2\pi\delta n}{\lambda} \tag{III.19}$$

Le terme ΔB où $\Delta \mathrm{B} = \tilde{B}(\omega) - \mathrm{B}(\omega)$: représente la contribution non linéaire à la propagation. $B(\omega)$, est la constante de propagation, développée en série de Taylor autour de la pulsation centrale de l'impulsion ω_0 com

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \frac{1}{24}\beta_4(\omega - \omega_0)^4 + .. \tag{III.20}$$

Le système d'équations des modes couplés (III.17) peut se convertir dans le domaine temporel. En remplaçant $(\omega - \omega_0)$ par l'opérateur différentiel $(i\frac{\partial}{\partial t})$, le système d'équations des modes couplés non linéaires s'écrit comme suit:

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} + B_1\frac{\partial A_+}{\partial t} + \frac{iB_2}{2}\frac{\partial^2 A_+}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2}A_+ = i\delta A_+ + i\kappa A_- + i\Gamma(|A_+|^2 + 2|A_-|^2)A_+ \qquad \text{(III.21)}$$

$$-\frac{\partial A_-}{\partial z} + B_1\frac{\partial A_-}{\partial t} + \frac{iB_2}{2}\frac{\partial^2 A_-}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2}A_- = i\delta A_- + i\kappa A_+ + i\Gamma(|A_-|^2 + 2|A_+|^2)A_-$$

Les paramètres β_1 , β_2 représentent respectivement l'inverse de la vitesse de groupe v_g et la dispersion de la vitesse de groupe (GVD), α le coefficient de perte et Γ le coefficient de couplage non linéaire donné par cette relation :

$$\Gamma = \frac{n_2\omega_0}{cA_{eff}} \qquad \text{(III.22)}$$

On voit que la non-linéarité fait apparaitre deux termes dans chacune des équations du système. Les termes non linéaires précédés de 2 sont la modulation de phase croisée (XPM), et les autres sont dites auto-modulation de phase (SPM). Les deux équations (III.21) sont les équations des modes couplés non linéaires représentant la base sur laquelle la théorie du soliton de Bragg a été élaborée.

III.4.2. Solutions linéaires

La propagation linéaire dans le réseau de Bragg fibré est modélisée par les équations des modes couplés linéaires. Ces équations ont été obtenus en négligeant la contribution des effets non linéaires dans le système (III.17), c'est à dire $(\Delta B = 0)$ [24] :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{A}_+}{\partial z} = i\delta(\omega)\tilde{A}_+ + i\kappa\tilde{A}_- \\ -\frac{\partial \tilde{A}_-}{\partial z} = i\delta(\omega)\tilde{A}_- + i\kappa\tilde{A}_+ \end{cases} \qquad \text{(III.23)}$$

En effet l'équation des modes couplés (III.23) peut être résolue facilement dans le domaine de fourrier. La solution générale de ces équations prend la forme suivante :

$$\tilde{A}_{+} = a_1 \exp(ik(\omega)z) + a_2 \exp(-ik(\omega)z) \quad \text{(III.24)}$$

$$\tilde{A}_{-} = b_1 \exp(ik(\omega)z) + b_2 \exp(-ik(\omega)z) \quad \text{(III.25)}$$

Où les coefficients constants a_1, a_2, b_1, b_2, sont déterminés par les conditions initiales. En injectant les solutions (III.24) et (III.25) dans le système d'équation (III.23), on trouve que les constantes ne sont pas toutes indépendantes et satisfont les quatre relations suivantes :

$$\begin{matrix} (k-\delta)a_1 = \kappa b_1 & (k+\delta)a_2 = -\kappa b_2 \\ (k-\delta)b_2 = \kappa a_2 & (k+\delta)b_1 = -\kappa a_1 \end{matrix} \quad \text{(III.26)}$$

Pour que le système d'équation (III.26) possède des solutions non triviales, il faut nécessairement que k vérifie la relation de dispersion linéaire suivante :

$$k = \pm\sqrt{\delta^2 - \kappa^2} \Rightarrow \Omega = (\omega - \omega_B) = \pm \frac{c}{\bar{n}} \sqrt{\kappa^2 + k^2} \quad \text{(III.27)}$$

La variation de la courbe de dispersion $\Omega(k)$ est illustrée sur la figure (III.4).

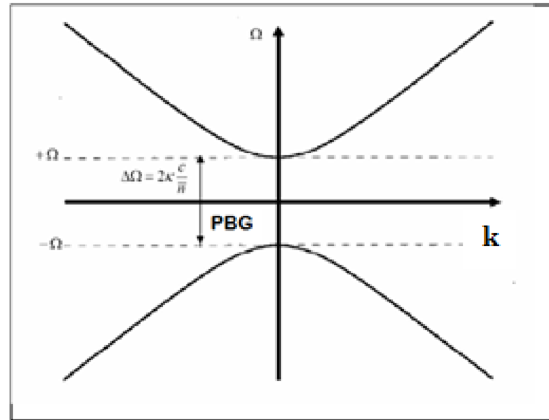


Figure (III.4) : Courbe de dispersion, montrant une bande interdite PBG.

À partir de la relation de dispersion, on constate que le couplage entre les modes de propagation dans le réseau de Bragg ouvre une bande interdite PBG centré à $\Omega = 0$. La largeur de cette bande est égale à $\Delta\Omega = 2\kappa \frac{c}{\bar{n}}$.

III.4.3. Solutions non linéaires (Gap soliton)

Lorsque la réponse non linéaire de la fibre est prise en compte, la propagation des ondes dans les FBG est profondément modifiée. Des solutions solitons peuvent exister à des fréquences proches mais en dehors de la bande interdite. Bien plus, des structures d'ondes solitaires peuvent encore se propager dans la bande interdite dite Gap Soliton.

En 1988 Sipe et Destterke [18] ont montré que la propagation de ces solitons est décrite par une équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) standard, qu'on peut dériver à partir des équations aux modes couplés (III.20) comprenant des termes représentant la contribution non linéaire à la propagation (XPM, SPM). Ce système d'équations non linéaires possède des solutions analytiques localisées au sein de la bande interdite du réseau. Aceves et Wabnitz [19], Christodoulides et Joseph [20], sont les premiers à avoir réussi l'obtention de ces solutions analytiques.

Le point de départ de leur raisonnement consiste à rechercher des solutions du système (III.20) au moyen d'une transformation appropriée des solitons du modèle de Thirring massif [25]. Ces équations se réduisent au modèle de Thirring massif en l'absence des termes d'auto-modulation de phase [25]. Les solutions obtenues sont des ondes solitaires qui se propagent sans déformation. En revanche, les simulations numériques montrent que le comportement de ces solutions est propre à celui des solitons et est généralement utilisé comme critère pour les définir [26].

Ces ondes solitaires ou (Gap Solion) prennent la forme suivante [19, 23, 24] :

$$A_+(z,t) = a_+ \sec h(\xi - i\frac{\psi}{2})e^{i\theta}$$
$$A_-(z,t) = a_- \sec h(\xi + i\frac{\psi}{2})e^{i\theta} \quad \text{(III.28)}$$

Avec :

$$a_{\substack{+\\-}} = \pm\left(\frac{1\pm\nu}{1\mp\nu}\right)^{\frac{1}{4}}\sqrt{\frac{\kappa(1-\nu^2)}{\Gamma(3-\nu^2)}}\sin\psi \quad \text{(III.29)}$$

$$\xi = \frac{z - V_G t}{\sqrt{1-\nu^2}}\kappa\sin\psi \quad \text{(III.30)}$$

$$\theta = \frac{z - V_G t}{\sqrt{1-\nu^2}}\kappa \cos\psi - \frac{4\nu}{3-\nu^2}\tan^{-1}\left[\left|\cot(\psi/2)\right|\coth(\xi)\right] \quad \text{(III.31)}$$

Le paramètre ν des solutions (III.29) peut prendre toutes les valeurs du rang : $|\nu|<1$ et détermine la vitesse d'ensemble du soliton. Le paramètre Ψ est aussi un paramètre libre pouvant prendre toutes les valeurs comprises dans la plage :$0 \leq \Psi \leq \pi$. Il détermine l'amplitude et la largeur du soliton.

III.4.4. Relation entre NCME et NLSE

Nous avons vu précédemment que la propagation non linéaire des impulsions optiques dans un réseau de Bragg fibré est modélisée par les équations des modes couplés non linéaires (III.21). Dans certaines conditions, ces équations peuvent se réduire par des méthodes mathématiques à l'équation non linéaire de Schrödinger (NLSE) (III.3) [24]. La première condition est que l'intensité de l'impulsion d'entrée P_0 est plus faible, assez que $n_2|E|^2 \ll \delta n$. Cette condition est équivalente à $\gamma P_0 \ll \kappa$ ou $\kappa L_{NL} \gg 1$ avecL_{NL}, la longueur non linéaire donné par $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$.
La deuxième condition est que l'effet de dispersion d'ordre trois B_3 induit par le réseau est négligeable. Dans ce cas la propagation des impulsions dans le réseau est régie par l'équation non linéaire de Schrödinger suivante [24]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\frac{B_2^{\,g}}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - i\gamma_g |A|^2 A = 0 \quad \text{(III.32)}$$

Où A est l'amplitude de l'enveloppe de l'onde progressive A_+et de l'onde régressive A_-, B_2^g, γ_g sont respectivement la dispersion de la vitesse de groupe et le coefficient non linéaire du réseau, donnés par les relations suivantes:

$$B_2^g = \frac{(1-\nu^2)^{3/2}}{\operatorname{sgn}(f)\nu_g^{\,2}\kappa\nu^3} \quad \text{(III.33)}$$

$$\gamma_g = \left(\frac{3-\nu^2}{2\nu}\right)\gamma \quad \text{(III.34)}$$

Nous constatons que les deux paramètres B_2^g, γ_gne sont pas des constantes mais dépendent du paramètre ν. Dans la bande interdite où ν = 0, l'équation (III.32) n'est pas valable et n'admet pas de solutions. Cependant, près mais endors de celle-ci,$(\nu \to 1)$, l'équation (III.32) devient intégrable et peut être résolue facilement par la méthode de la diffusion inverse . On assiste à l'existence de solitons fondamentaux ou d'ordres supérieurs dans le réseau comme dans la fibre et qui sont de la forme suivante [24]:

$$u(Z,\tau) = \eta \operatorname{sech}[\eta(\tau - \tau_s + \varepsilon Z)] \exp\left[i(\eta^2 - \varepsilon^2)Z/2 - i\varepsilon\tau + i\phi_s\right] \qquad \text{(III.35)}$$

Où $Z = z/L_D$ et $\tau = T/T_0$ sont la distance normalisé et le temps normalisé respectivement, $u = \sqrt{L_D \gamma_g} A$ est l'amplitude normalisée, $L_D = T_0^2/|B_2^g|$ est la longueur de dispersion. $\eta, \epsilon, \tau_s\ et\ \emptyset_s$: sont des paramètres arbitraires qui représentent l'amplitude, la fréquence, la position et la phase du soliton respectivement.

III.5. CARACTERESATION DES SOLITONS OPTIQUES

Afin d'étudier numériquement l'influence des différents effets qui affectent la propagation des solitons dans une fibre optique monomode, on utilise la méthode Split-Step-Fourier (SSFM), du fait de sa vitesse d'acquisition et de sa précision dans les calculs [11]. Cette méthode numérique a été présentée dans le Chapitre I, (Pag 24).

La propagation des solitons dans la fibre optique est modélisée par l'équation non linéaire de Schrödinger suivante [11]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A + i\frac{B_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{B_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial T^3} - i\gamma|A|^2 A = 0 \qquad \text{(III.36)}$$

Cette équation inclus l'effet de dispersion de deuxième ordre B_2, l'effet de dispersion de troisième ordre B_3, l'atténuation linéique α et l'effet non linéaire γ.

III.5.1. Influence des pertes

Au cours de sa propagation dans la fibre optique, l'impulsion lumineuse subit des pertes se traduisant par une diminution de l'intensité de l'onde. Ces pertes définies par le coefficient d'atténuation linéaire α (dB/km) sont majoritairement induit par l'absorption et par la diffusion Rayleigh.

Pour étudier l'impact des pertes sur la propagation d'un soliton fondamental dans une fibre optique monomode on choisit les paramètres suivants [11.27]:

B_2= -20 (ps^2/km), B_3=0.1 (ps^3/km), α=0.14 (dB/km), γ=2.43 (1/kmW), T_0=20ps, λ=1.55µm. $P_0 = 0.02W$.

Où l'amplitude de l'impulsion d'entrée est donnée sous la forme :

$$u\ (0, \tau)=sech\ (\tau).\ \tau = \frac{T}{T_0}. \qquad \text{(III.37)}$$

Les résultats de simulation sont présentés par la figure (III.5).

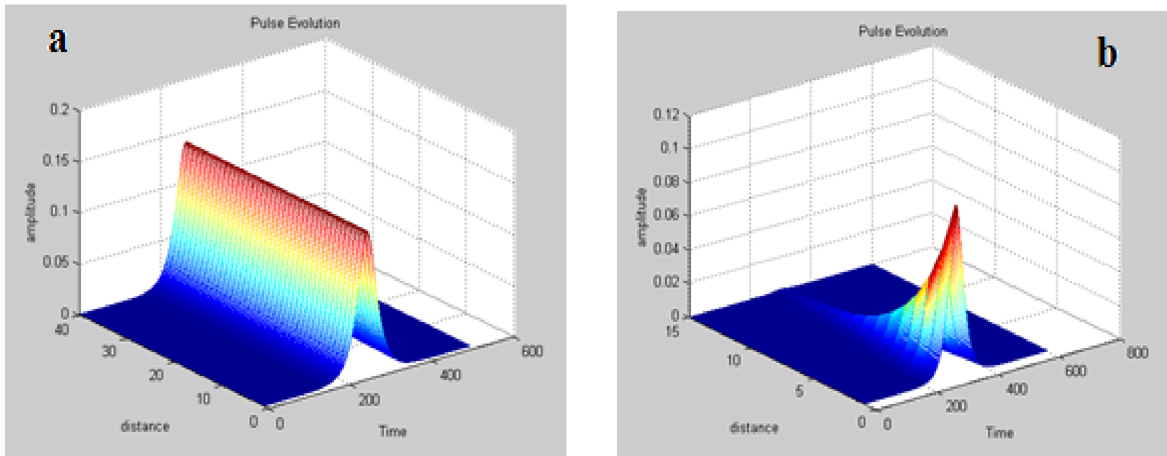


Figure (III.5) : Evolution d'un soliton fondamental dans une fibre optique, (a) sans perte, (b) avec perte.

À partir de la figure (III.5.a) qui représente la propagation d'un soliton fondamental dans une fibre optique sans perte c'est à dire (α=0 dB/km), on constate que l'amplitude du soliton n'a pas changé et le soliton reste stable et se propage sans distorsion, ceci résulte de la compensation mutuelle entre l'effet de dispersion chromatique et l'effet non linéaire de Kerr.

La figure (III.6.b) montre le cas où la fibre présente une perte (α=0.14 dB/km), on constate que l'amplitude du soliton diminue le long de la fibre. Ceci signifie que les pertes sont un facteur limitatif qui réduit la puissance du soliton et par conséquent limite les performances de la transmission optique par soliton sur les longues distances.

Pour résoudre ce problème, on installe périodiquement le long de la fibre des amplificateurs à fibre dopées erbium (EDFA) [11] qui ont montrées à ce jour leurs efficacités surtout dans le domaine des télécommunications par fibre optiques.

III.5.2. Interaction entre les solitons

Le paramètre le plus important dans la conception des systèmes d'onde lumineuse à base de soliton est la largeur de l'impulsion T_0. Chaque impulsion solitonique occupe seulement une fraction « temps-bit » et dans la pratique, le lancement de deux impulsions dans deux « temps-bit » consécutifs perturbe l'équilibre délicat entre la déformation chromatique et la déformation non-linéaire et ceci produit un champ optique combiné qui ne sera pas une solution de l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS). Ce phénomène est désigné sous le nom de l'interaction des solitons adjacents [11]. L'interaction des solitons dans une fibre optique peut être étudiée en résolvant numériquement l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS) (III.33) où l'amplitude de la paire de soliton à l'entrée de la fibre est décrite sous la forme suivante [11] :

$$u(0,\tau) = \operatorname{sech}(\tau - q_0) + \rho \operatorname{sech}\big(\rho(\tau + q_0)\big) \exp(i\theta) \qquad \text{(III.38)}$$

Où $\tau = \frac{T}{T_0}$, ρ représente l'amplitude relative, θ la différence de phase initiale et $2q_0$ la séparation initiale entre les deux solitons.

III.5.2.1. Interaction entre deux solitons voisins d'ordre 1

Pour étudier l'effet de l'interaction entre deux solitons fondamentaux voisins dans une fibre optique sans perte, nous avons utilisé la méthode *Split-Step-Fourier* (SSFM) avec les mêmes paramètres de simulations données précédemment. Les résultats de simulations sont présentés par la figure (III.6) qui montre l'évolution d'une paire de soliton d'ordre 1 sur une distance $z = 90L_D$, avec q_0=3.5 et différentes valeurs des paramètres ρ *et* θ.

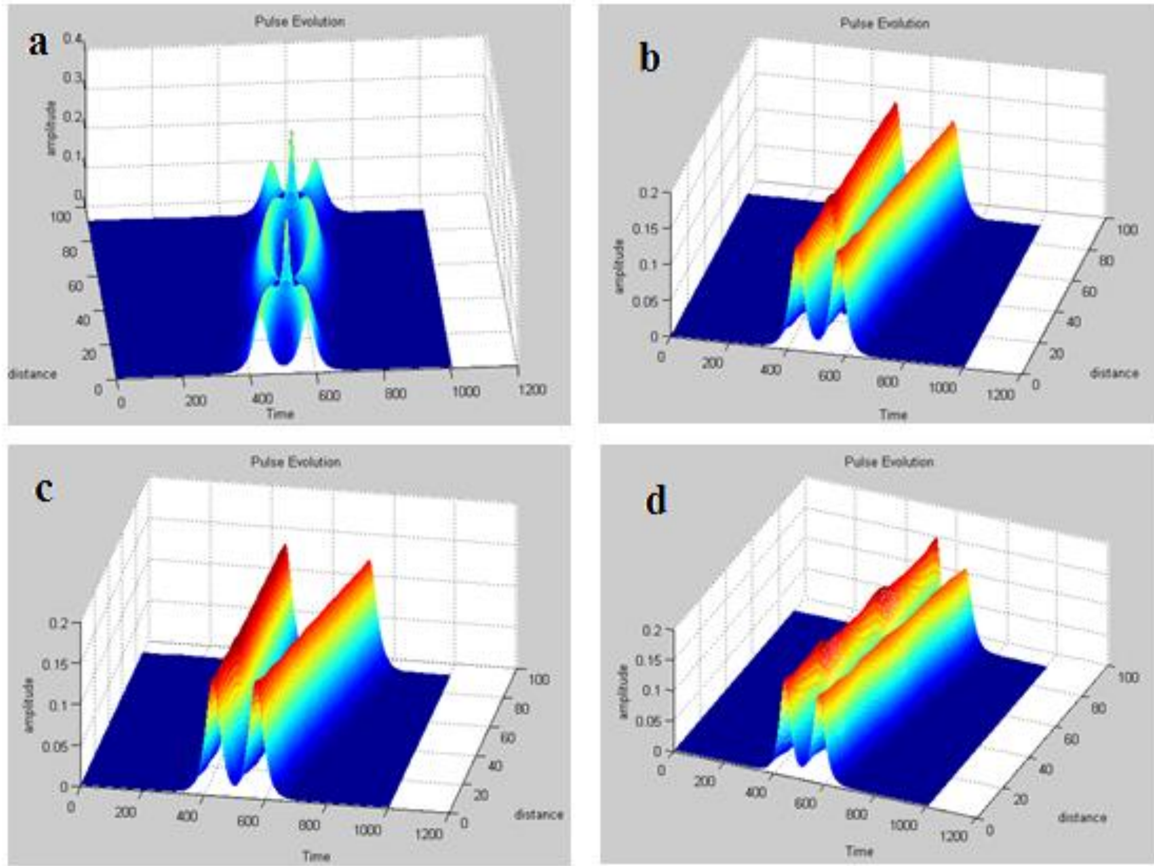


Figure (III.6) : Evolution d'une paire de soliton d'ordre 1 sur une distance z=90L_D. **(a)** q=3.5, ρ=1, θ=0. **(b)** q=3.5, ρ=1, θ=π/4. **(c)** q=3.5, ρ=1, θ=π/2, **(d)** q=3.5, ρ=1.1, θ=0.

Clairement présentée, l'interaction des solitons dépend fortement de tous les deux paramètres de l'amplitude relative et de la phase. D'après la figure (III.6.a), on constate que dans le cas où les deux solitons sont en phase (θ=0) et leurs amplitudes égales (ρ=1), ils entrent en collision périodiquement le long de la fibre. Cette période est appelée distance de collision donnée par :

$$L_{col} = \frac{\pi}{2} L_D \exp(q_0) = L_S \exp(q_0) \qquad \text{(III.39)}$$

L'effondrement périodique des solitons voisins n'étant pas souhaitable d'un point de vue pratique, d'où pour limiter cette interaction, il est nécessaire d'espacer fortement les impulsions successives de sorte à avoir $L_{col} \gg L_T$, où L_T représente la distance de transmission. Pour $q_0 = 8$, nous avons $L_{col} = 300 L_s$, et cette valeur de q_0 conduit à une réduction du débit pour n'importe quel système de transmission optique [11].

La figure(III.6.b), montre le cas où les deux solitons présentent une différence de phase (θ=π/4). On voit qu'après une première étape d'attraction, les deux solitons s'éloignent l'un de l'autre.

Dans le cas où (θ=π/2), la Figure (III.6.c) illustre des distorsions de propagation très importants des deux solitons et leur écart augmente sans cesse.

Le dernier cas, Figure (III.6.d), montre l'effet d'une différence d'amplitude (ρ=1.1). Comme les deux solitons sont en phase, ils se propagent en parallèle sans jamais entrer en collision, ni s'éloigner l'un de l'autre. Donc de tels petits changements de la puissance maximale (10%) ne sont pas nocifs pour le maintenir les solitons. Ainsi, cet arrangement est faisable dans la pratique et peut être utile pour augmenter la capacité des systèmes de transmission.

Egalement la propagation des solitons peut être modifiée par d'autres facteurs, comme l'effet de la Gigue de Gordon Haus, les effets supérieurs de non-linéarité et le chirp initial de l'impulsion d'entrée [11].

III.5.2.2. Solitons d'ordre élevés

La propagation des solitons d'ordre supérieur (N>1) dans une fibre optique peut être modélisée par l'équation non-linéaire de Schrödinger (NLS). Ces solitons sont caractérisés par une puissance plus élevée que la puissance du soliton fondamental ($P_{0s} = N^2 P_0$) , avec une amplitude initiale donnée sous la forme suivante : $u(0,\tau) = N sech(0,\tau)$. Par rapport au soliton fondamental, le soliton d'ordre supérieur ne se propage pas identiquement à lui-même quel que

soit z, mais présente un comportement périodique , ainsi il retrouvera une forme identique après une distance de propagation L_S appelée période soliton définie par : $L_S = \frac{\pi}{2} L_D$ [11].

Avec la même méthode de simulation numérique (SSFM), et avec les mêmes paramètres de simulations que précédemment, nous avons présenté dans la figure (III.7), le comportement spatial temporel d'un soliton d'ordre 2 et d'un soliton d'ordre 3 sur deux périodes solitons dans une fibre optique monomode et sans perte.

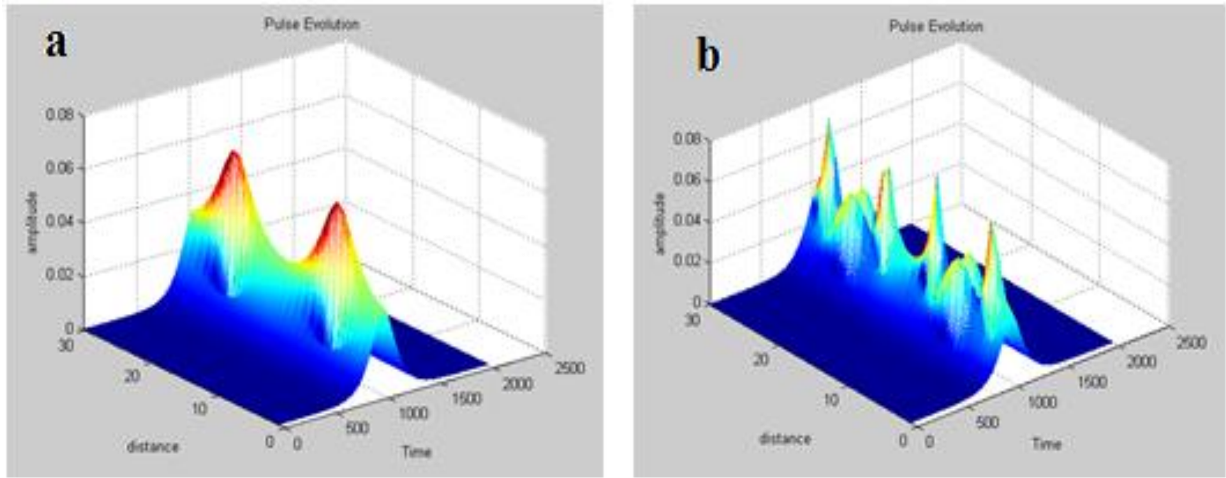


Figure (III.7) : **(a)** Evolution d'un soliton d'ordre 2, **(b)** Evolution d'un soliton d'ordre 3.

D'après la figure (III.7, a), nous constatons que le soliton d'ordre 2 et après avoir subi une compression, peut retrouver périodiquement sa forme initiale toutes les distances $z = L_S$. Mais pour le cas d'un soliton d'ordre 3 et d'après la figure (III.7, b), nous constatons que le soliton dans une première phase subit une compression, puis apparait un éclatement de l'impulsion en deux impulsions distinctes à $z = \frac{L_S}{2}$, l'évolution inverse se produit ensuite si bien que les deux impulsions se rassemblent. Après une distance de propagation L_S l'impulsion redevient identique à l'impulsion initiale. Cette évolution périodique peut s'interpréter comme un équilibre périodique entre forces attractives (de reformulation) et forces répulsives (d'élargissement).

III.5.2.3. Interaction entre deux solitons d'ordre 2

Pour étudier l'effet de l'interaction entre deux solitons d'ordre 2 dans une fibre optique sans perte, nous avons utilisé la méthode de *Split-Step-Fourier* (SSFM) avec les mêmes paramètres de simulations précédentes.

L'amplitude de l'impulsion d'entrée est donnée sous la forme :

$$u(0,\tau) = \mathrm{Nsech}(\tau - q) + \mathrm{Nsech}(\tau + q) \qquad \text{(III.40)}$$

Les résultats de simulations sont présentés dans la figure (III.8) et la figure (III.9).

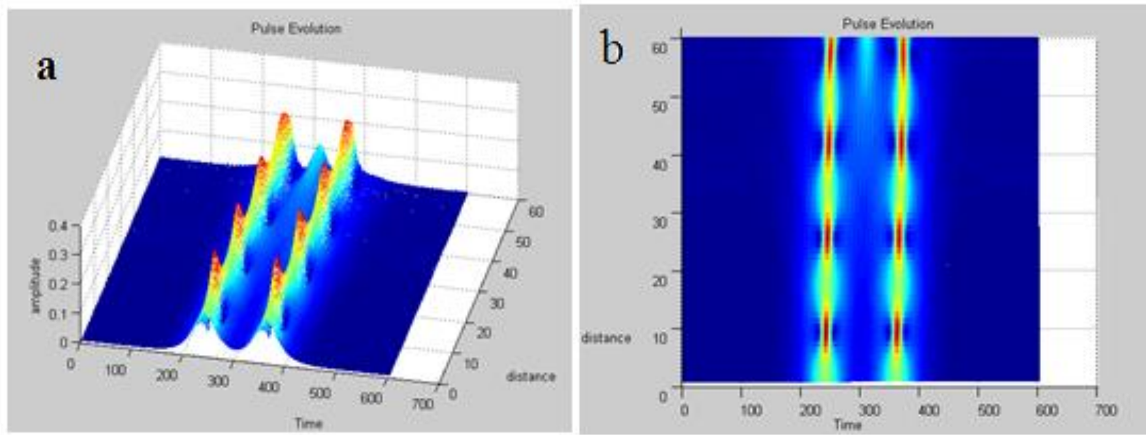


Figure (III.8): (a) Interaction entre deux solitons d'ordre 2 pour q=3, **(b)** Profil de l'interaction.

A partir de la figure (III.8.a), on constate que l'interaction entre les deux solitons est très faible quand la séparation initiale est égale à 6. Cette faible interaction induit l'apparition d'un troisième soliton de faible intensité par rapport aux autres à la fin de la propagation. Ces évolutions sont bien montrées dans la figure (III.8.b) qui présente le profil de cette interaction.

Par contre si la séparation initiale est diminuée à 3, Figure (III.9.a), dans une première phase les deux solitons se compressent avec l'apparition d'un troisième soliton de faible intensité. Puis à environ 2 périodes ils s'entrainent en forte collision, puis l'impulsion résultante subit un éclatement en trois solitons, où l'intensité du soliton du milieu est plus élevée que celle des

autres au cotés. Ces évolutions sont bien montrées dans la figure (III.9.b) qui présente le profil de cette interaction.

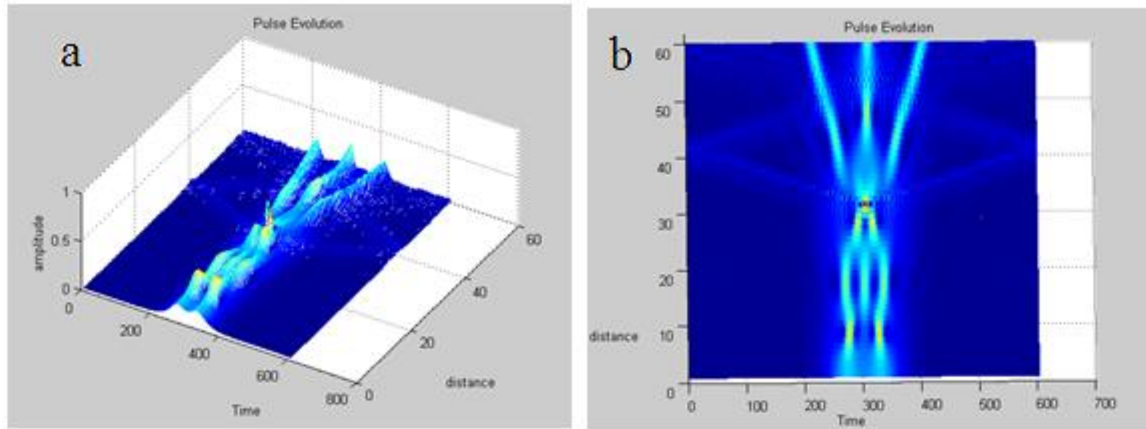


Figure (III.9): (a) Interaction entre deux solitons d'ordre 2 pour q=1.5, **(b)** Profil de l'interaction.

III.6. CONCLUSION

La troisième partie de ce travail a été consacrée à l'étude théorique de la propagation non-linéaire dans le réseau de Bragg fibré, en particulier la propagation des solitons. Dans un premier temps nous avons décrit le concept soliton et les différents types de solitons optiques pouvant se propager dans les fibres optiques. La formation des solitons Bragg, structures localisés au sein de la bande interdite du réseau a été largement étudiée. Ces solitons étant des solutions analytiques de l'équation des modes couplés non-linéaires complètement décrite par Aceves et Wabnitz, leur propagation a été modélisée par l'équation de Schrödinger non-linéaire comportant les effets linéaires et non-linéaires. Cette équation a été résolue numériquement par la méthode *Split-Step-Fourier*. Dans ce contexte, nous avons traité numériquement l'impact des différents effets pouvant affecter la transmission optique par soliton. L'étude des effets de pertes et l'interaction entre solitons voisins ont étés aussi présentés.

III.7. REFERENCES

[1] N.Zabusky, M.D.Kruskal, « interaction of soliton in collisionless plasma », Phys. Rev. Lett. 15,240 (1965).

[2] W.Chen and D.L.Mills, "Gap solitons and the nonlinear optical response of superlatices" Phys. Rev. Lett. 58 (2), 160 (1987).

[3] J. S. Russell Report on waves "Report of the fourteenth meeting of the british association for advancement of science", Londres, 311-390, Plates XLVII-LVII (1844).

[4] Glifford. S. Gardner, John M.Greene, Martin D. Kruskal, and Robert M. Miura, "Methode for solving the korteweg-devries equation", Phys. Rev. Lett. 19, 1095 (1967).

[5] Benjamin & Feir "The disintegration of wave trains on deep water" part 1. Theory, Journal of Fluid Mechanics 27, 417-430 (1967).

[6] Cuenda & Sánchez "Soliton dynamics in a simple model of DNA: Importance of the sequence-nonlinear dynamics of spatio-temporal selorganization" Barcelona, UC3M (2004).

[7] Ketterle 'Nobel lecture': When atoms behave as waves: Bose-einsteincondensation, and the atom laser, Review of Modern Physics 74, 1131-1151 (2002).

[8] V.E.Zakharov and A.B.Shbat, Zh.Eksp.Teor.Fis. (Soviet) 61,118 (1971); JETP (Soviet) 34, 34, 62 (1972).

[9] A.Hasegawa and F.Tappert "transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers .I. Anomalous dispersion", Appl. Phys. Lett. 23, 142-144 (1973).

[10] A.Hasegawa and F.Tappert "transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers .II. Normal dispersion", Appl. Phys. Lett. 23, 171-172 (1973).

[11] Agrawal G. P., "Nonlinear Fiber Optics", 3rd ed. Academic Press, San Diego, (2001).

[12] L.F.Mollenauer, R.H.Stolen, and J.P.Gordon, "Experimental observation of picoseconds pulse narrowing and solitons in optical fibers", Phys. Rev. Lett. 45, 1095 (1980).

[13] Y.S.Kivshar, G.I.Stegeman "Spatial optical soliton guiding light for future applications" Opt.Photon.News, 13, 5, (2002).

[14] Wise, Di Trapani "the hunt for light bullet spatiotemporal soliton" Optics and Photonics News (Special issue soliton) 13, 28-32 (2002).

[15] Azouzi.Faical ."Etude de la dynamique de la propagation non linéaire des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrodinguer non linéaire" These de doctorate Annaba (2010).

[16] McLeod et al. « (3+1) -dimensional optical soliton dragging logic », Physical Review A 52, 3254-3278 (1995).

[17] C.m.de Sterke and j.E.Sipe. « Envelope function approach for the electrodynamics of nonlinear periodic structures ».Phys.Rev.A 38, 5149 (1988).

[18] J.E.Sipe et H.G.Winful."Nonlinear Schrodinger soliton in a periodic structure ». Opt. Lett, 13(2), 132 (1988).

[19] A. B. Aceves et S. Wabinitz. « Self-induced transparency solitons in nonlinear refractive periodic media ». Phy. Lett. A 141 (1,2), 37 (1989).
[20] D. N. Christodoulides et R. I. Joseph. « Slow Bragg solitons in nonlinear periodic structures ». Phys. Rev. Lett. 62 (15), 1746 (1989).
[21] J. Feng et F. K. Kenubuhl. « Soliton in a periodic structure with Kerr nonlinearity “. IEEE J. Quantum Electron. 29(2), 590 (1993).
[22] D. Taverner, N. G. Broderick, D. J. Richardson, M. Ibsen, and R. I. Laming, “All-aptical and gate based on couped gap-soliton formation in a fiber Bragg grating” Opt. Lett. vol. 23, pp. 259-261, (1998).
[23] B.J. Eggleton, C. M artijn de sterke and R.E.Slusher, J. Opt. Soc. Am. B 16, 587 (1999).
[24] Agrawal G. P,” Application of nonlinear Fiber Optics”. Academic Press, San Diego, (2001).
[25] D.J.Kaup and A.C.Newell,”on the coleman correspondence and the solution of the massive thirring model” Lettere al Nuuovo Cimento 20,325-331 (1977).
[26] A.C.Scott, F.Y.Chu, and D.W.Mclaughlin “the soliton: a new concept in applied sience”, Proceedings of the IEEE61, 1443-1483(1973).
[27] Z .B. Wang, H. Y. Yang and Z .Q Li « The numerical analysis of soliton propagation with split-step fourier transform method » journal of Physics: Conferenc Series 48 878-882 (2006).

Chapitre : IV

PROPAGATION DES SOLITONS BRAGG ET NON-LINEARITE ELEVEE

IV.1. INTRODUCTION

L'existence et la formation des solitons dans un réseau de Bragg fibré sont comparables à ceux des solitons dans une fibre optique. Ces solitons résultent de deux effets combinés qui sont l'effet Kerr (auto-modulation de phase) et la dispersion chromatique induite par le réseau.

Le soliton Bragg peut se propager sans déformation dans le réseau avec des fréquences proches ou appartenant à la bande interdite mais pas en dehors de celle-ci. Dans la littérature scientifique, les solitons Bragg sont appelés (Gap soliton) quand leur fréquences sont situées dans la bande interdite. Plusieurs études expérimentales ont démontré l'existence des solitons Bragg avec une caractéristique principale, celle de pouvoir se propager à des vitesses largement inférieures à celle de la lumière, des vitesses inférieures de près de 50% ainsi ont été démontrées [1-5].

Théoriquement, la propagation des impulsions optiques dans un réseau de Bragg est modélisée par les équations des modes couplées non-linéaires (NLCME) [6] et les solitons Bragg sont les solutions analytiques de ces équations. Christodoulides et Joseph sont les premiers à avoir développé une méthode basée sur le modèle de Thirring massif pour rechercher des solutions situées exactement au centre de la bande interdite [7]. Peu après, Aceves et Wabnitz [1] ont généralisé cette méthode afin de déterminer des solutions pour toute la bande.

Récemment, plusieurs études théoriques et numériques ont été réalisées pour clarifier et classifier les conditions de génération des solitons Bragg, et la dynamique non-linéaire de leur propagation [8-10].

Dans ce chapitre nous avons étudié analytiquement l'existence des ondes solitaires dans un réseau de Bragg fibré en régime femto-secondes, où la propagation des impulsions est modélisée par un système d'équations des modes couplés, présentant des termes d'ordre élevé, des non linéarités de troisième, cinquième et septième ordre. Les applications physiques de ce modèle se situent dans un domaine de pointe qui est celui de la génération des solitons Bragg dans un milieu fortement non linéaire comme le verre de chalcogénure. Ce type de verre présente non seulement des non-linéarités de troisième et cinquième ordre mais

aussi de septième ordre [11,12]. La résolution de ce système d'équations non intégrables a nécessité l'application de la méthode perturbative multi-échelle[13,14] qui a permis la réduction du système d'équations non linéaire couplées (NLCME) en une seule équation dite équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) qui décrit la propagation non linéaire des impulsions aux bords de la zone du gap de la bande photonique. Vu que cette dernière équation présentait des termes non-Kerr et des termes de dispersion de troisième et quatrième ordre, sa résolution a nécessité l'utilisation de la fonction d'essai de Li et al. [15].

Les solutions exactes obtenues sont des solitons noirs et brillants combinés. Aussi, nous avons également présenté les conditions d'existences de ces solutions ainsi que leurs importants paramètres physiques tels que la puissance et la largeur de l'impulsion.

IV.2. EQUATIONS DES MODES COUPLES

La variation de l'indice de réfraction dans un réseau de Bragg en verre de chalcogénure est donnée par cette relation [12] :

$$n\ (z) = \bar{n} + n_1(z)cos[\frac{2\pi}{\Lambda} + z + \theta(z)] + n_2|E(z)|^2 + n_4|E(z)|^4 + n_6|E(z)|^6 \qquad \text{(IV.1)}$$

n_2, n_4 et n_6 représentent les coefficients de la non-linéarité avec n_2 et $n_6 > 0$ et $n_4 < 0$. $\bar{n}$ représente la modulation moyenne de l'indice de réfraction, $n_1(z)$ l'amplitude de modulation de l'indice le long de la fibre, Λ la période de la modulation et $\theta(z)$ sa phase. L'évolution du champ électrique $E(z)$ dans le réseau de Bragg fibré prend la forme suivante [16]:

$$E(z,t) = [A_+(z,t)\exp(ik_B z) + A_-(z,t)\exp(-ik_B z)]\exp(-i\omega_0 t) \qquad \text{(IV.2)}$$

Où A_+ et A_- sont les amplitudes de l'onde progressive et de l'onde régressive respectivement. k_B est le vecteur d'onde de Bragg et ω_0 la fréquence centrale.

Pour établir le système d'équations des modes couplés non-linéaires d'ordre élevé décrivant la propagation des impulsions femto-secondes dans le réseau de Bragg, on introduit les

équations (IV.1) et (IV.2) dans l'équation de Helmotz (III.10), obtenue à partir des équations de Maxwell. Après quelques simplifications et quelques transformations algébriques on obtient le résultat suivant [12]:

$$\begin{cases} i\left(\frac{1}{v_g}\frac{\partial A_+(z,t)}{\partial t}+\frac{\partial A_+(z,t)}{\partial z}\right)+\kappa A_-(z,t)+\Gamma_1\left(|A_+|^2+2|A_-|^2\right)A_+ + \\ \Gamma_2\left(|A_+|^4+6|A_+|^2|A_-|^2+3|A_-|^4\right)A_+ +\Gamma_3\left(|A_+|^6+12|A_+|^4|A_-|^2+18|A_+|^2|A_-|^4+4|A_-|^6\right)A_+ =0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i\left(\frac{1}{v_g}\frac{\partial A_-(z,t)}{\partial t}-\frac{\partial A_-(z,t)}{\partial z}\right)+\kappa A_+(z,t)+\Gamma_1\left(|A_-|^2+2|A_+|^2\right)A_- + \\ \Gamma_2\left(|A_-|^4+6|A_-|^2|A_+|^2+3|A_+|^4\right)A_- +\Gamma_3\left(|A_-|^6+12|A_-|^4|A_+|^2+18|A_-|^2|A_+|^4+4|A_-|^6\right)A_- =0 \end{cases} \quad \text{(IV.3)}$$

Le système d'équations (IV.3) modélise la propagation des impulsions optiques ultras courtes, dans un réseau de Bragg fibré ou t et z représentent le temps et la distance normalisés respectivement. κ est le coefficient de couplage linéaire et v_g la vitesse de groupe. Les termes dépendant de Γ_1 représentent la non-linéarité cubique (la modulation des phases croisées et l'auto modulation de phases), les termes dépendant du paramètre Γ2 décrivent la non-linéarité de cinquième ordre et les termes dépendant du paramètre Γ_3 représentent la non-linéarité de septième ordre.

Dans le cas linéaire c'est à dire (Γ_1=0, Γ2=0 et Γ_3 =0), le système d'équations (IV.3) peut être résolu facilement et la solution prend la forme suivante [14,17]:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = U\exp\left(i(kz-\omega t)\right)+c.c, \quad \mathrm{U}=\begin{pmatrix} \mathrm{U}_+ \\ U_- \end{pmatrix}, \quad \text{(IV.4)}$$

Où le vecteur d'onde k et le déphasage de fréquence ω satisferont la relation de dispersion linéaire suivante: $\omega^2=\kappa^2+k^2$. Dans le cas particulier où k = 0, $\omega=\pm\kappa$ et la solution (IV.4) sera comme suit:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = c\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\exp\left(-i\kappa t\right)+cc \quad \text{(IV.5)}$$

La solution (IV.5) satisfait à:

$$L\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = 0 \qquad \text{(IV.6)}$$

Où L est un opérateur donné par:

$$L = \begin{bmatrix} i\partial_t & \kappa \\ \kappa & i\partial_t \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.7)}$$

En effet la résolution des équations des modes couplées non linéaires (IV.3) s'avère difficile du fait que ces équations ne sont pas intégrables au sens mathématique. Cependant dans la limite des faibles intensités, ces équations peuvent se réduire en une seule équation, celle de Schrödinger non-linéaire perturbée (PNLS), par l'application de la méthode perturbative multi-échelle [14, 17-21]. Cette équation étant intégrable et ses solutions sont de véritables solitons [17].

IV.3. EQUATION DE SCHRÖDINGER NON-LINEAIRE PERTURBEE (PNLS)

Les solutions recherchées dans le cas non-linéaire du système d'équations des modes couplés (IV.3) en appliquant la méthode perturbative multi-échelle sont de la forme [8, 14,17]:

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = \varepsilon^{1/2} A(\tau_1, \tau_2, Z)\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\exp(-i\kappa t) + \varepsilon U_1 + \varepsilon^{3/2} U_2 + \varepsilon^2 U_3 + \ldots \qquad \text{(IV.7)}$$

Où $\tau_1 = \varepsilon t$, $\tau_2 = \varepsilon^2 t$, $Z = \varepsilon^{1/2} z$.

La résolution du système (A_+, A_-) se fera suivant les ordres croissants de ε et le développement en fonction du terme O(ε) donne:

$$LU_1 = -i\partial_z A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}e^{-i\kappa t}. \qquad \text{(IV.8)}$$

La solution de ce problème linéaire est donnée par:

$$U_1 = -\frac{i}{2\kappa}\partial_z A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}e^{-i\kappa t}. \qquad \text{(IV.9)}$$

Nous continuons notre démonstration pour les corrections d'ordre élevées de (A_+, A_-) et la solution (IV.9) sera utilisée pour le calcul des termes non-linéaires:

- Le développement des termes représentant la non-linéarité cubique donne:

$$\left(|A_+|^2+2|A_-|^2\right)A_+=\left(\left|\varepsilon^{1/2}A-i\frac{\varepsilon}{2\kappa}\frac{\partial A}{\partial Z}\right|^2+2\left|-\varepsilon^{1/2}A-i\frac{\varepsilon}{2\kappa}\frac{\partial A}{\partial Z}\right|^2\right)\left(\varepsilon^{1/2}A-i\frac{\varepsilon}{2\kappa}\frac{\partial A}{\partial Z}\right)e^{-i\kappa t}+c.c.$$

$$\left(|A_-|^2+2|A_+|^2\right)A_-=\left(\left|-\varepsilon^{1/2}A-i\frac{\varepsilon}{2\kappa}\frac{\partial A}{\partial Z}\right|^2+2\left|\varepsilon^{1/2}A-i\frac{\varepsilon}{2\kappa}\frac{\partial A}{\partial Z}\right|^2\right)\left(-\varepsilon^{1/2}A-i\frac{\varepsilon}{2\kappa}\frac{\partial A}{\partial Z}\right)e^{-i\kappa t}+c.c$$

En simplifiant les termes des modules aux carrés, on obtient :

$$\left(|A_+|^2+2|A_-|^2\right)A_+=[(3\varepsilon^{3/2}|A|^2A-i\frac{\varepsilon^2}{2\kappa}\left(2|A|^2\partial_Z A+A^2\partial_Z A^*\right)+\frac{\varepsilon^{5/2}}{4\kappa^2}\left(2A\partial_Z A\partial_Z A^*+A^*(\partial_Z A)^2\right)$$
$$-i\frac{3\varepsilon^3}{8\kappa^3}(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)\ ]e^{-i\kappa t}+c.c$$

$$\left(|A_-|^2+2|A_+|^2\right)A_-=-[(3\varepsilon^{3/2}|A|^2A+i\frac{\varepsilon^2}{2\kappa}\left(2|A|^2\partial_Z A+A^2\partial_Z A^*\right)+\frac{\varepsilon^{5/2}}{4\kappa^2}\left(2A\partial_Z A\partial_Z A^*+A^*(\partial_Z A)^2\right)$$
$$+i\frac{3\varepsilon^3}{8\kappa^3}(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)\ ]e^{-i\kappa t}+c.c$$

- Le développement des termes présentant la non-linéarité de cinquième ordre donne:

$$\left(|A_+|^4+6|A_+|^2|A_-|^2+3|A_-|^4\right)A_+=\ [10\varepsilon^{5/2}|A|^4A-i\frac{\varepsilon^3}{2\kappa}\left(6|A|^4\partial_Z A+4A^2|A|^2\partial_Z A^*\right)$$
$$+\frac{\varepsilon^{7/2}}{4\kappa^2}\left(2A^3\left(\partial_Z A^*\right)^2+6A^*|A|^2(\partial_Z A)^2+12A|A|^2(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)\right)$$
$$-i\frac{\varepsilon^4}{8\kappa^3}\left(6A^2(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)^2+12|A|^2(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)+2A^{*^2}(\partial_Z A)(\partial_Z A)^3\right)$$
$$+\frac{\varepsilon^{9/2}}{16\kappa^4}\left(6A(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)^2+4A^*(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)\right)$$
$$-i\frac{\varepsilon^5}{32\kappa^5}\left(10(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)^2\right)\ ]e^{-i\kappa t}+c.c.$$

$$\left(|A_-|^4+6|A_-|^2|A_+|^2+3|A_+|^4\right)A_-=$$

$$\begin{aligned}&\Big[-10\varepsilon^{5/2}|A|^4A-i\frac{\varepsilon^3}{2\kappa}\left(6|A|^4\partial_Z A+4A^2|A|^2\partial_Z A^*\right)\\&-\frac{\varepsilon^{7/2}}{4\kappa^2}\left(2A^3\left(\partial_Z A^*\right)^2+6A^*|A|^2(\partial_Z A)^2+12A|A|^2(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)\right)\\&-i\frac{\varepsilon^4}{8\kappa^3}\left(6A^2(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)^2+12|A|^2(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)+2A^{*^2}(\partial_Z A)(\partial_Z A)^3\right)\\&-\frac{\varepsilon^{9/2}}{16\kappa^4}\left(6A(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)^2+4A^*(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)\right)\\&-i\frac{\varepsilon^5}{32\kappa^5}\left(10(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)^2\right)\Big]e^{-i\kappa t}+c.c.\end{aligned}$$

Le développement des termes présentant la non-linéarité de septième ordre donne:

$$\left(|A_+|^6+12|A_+|^4|A_-|^2+18|A_+|^2|A_-|^4+4|A_-|^6\right)A_+=$$

$$\begin{aligned}&\Big[35\varepsilon^{7/2}|A|^6A-i\frac{5\varepsilon^4}{2\kappa}\left(3A^2|A|^4\partial_Z A^*+4|A|^6\partial_Z A\right)\\&+\frac{15\varepsilon^{9/2}}{4\kappa^2}\left(A^3|A|^2\left(\partial_Z A^*\right)^2+2A^*|A|^4(\partial_Z A)^2+4A|A|^4(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)\right)\\&-i\frac{3\varepsilon^5}{8\kappa^3}\left(12A^2|A|^2(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)^2+18|A|^4(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)+4A^{*^2}|A|^2(\partial_Z A)^3+A^4\left(\partial_Z A^*\right)^3\right)\\&+\frac{3\varepsilon^{11/2}}{16\kappa^4}\left(18A|A|^2(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)^2+12A^*|A|^2(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)+4A^3\partial_Z A\left(\partial_Z A^*\right)^3+A^{*^3}(\partial_Z A)^4\right)\\&-i\frac{15\varepsilon^6}{32\kappa^5}\left(4|A|^2(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)^2+2A^2(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)^3+A^{*^2}\left(\partial_Z A^*\right)(\partial_Z A)^4\right)\\&+\frac{5\varepsilon^{13/2}}{64\kappa^6}\left(4A(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)^3+3A^*(\partial_Z A)^4\left(\partial_Z A^*\right)^2\right)-i\frac{35\varepsilon^7}{128\kappa^7}\left((\partial_Z A)^4\left(\partial_Z A^*\right)^3\right)\Big]e^{-i\kappa t}+c.c.\end{aligned}$$

$$\left(|A_-|^6+12|A_-|^4|A_+|^2+18|A_-|^2|A_+|^4+4|A_+|^6\right)A_-=$$

$$\begin{aligned}&\Big[-35\varepsilon^{7/2}|A|^6A-i\frac{5\varepsilon^4}{2\kappa}\left(3A^2|A|^4\partial_Z A^*+4|A|^6\partial_Z A\right)\\&-\frac{15\varepsilon^{9/2}}{4\kappa^2}\left(A^3|A|^2\left(\partial_Z A^*\right)^2+2A^*|A|^4(\partial_Z A)^2+4A|A|^4(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)\right)\\&-i\frac{3\varepsilon^5}{8\kappa^3}\left(12A^2|A|^2(\partial_Z A)\left(\partial_Z A^*\right)^2+18|A|^4(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)+4A^{*^2}|A|^2(\partial_Z A)^3+A^4\left(\partial_Z A^*\right)^3\right)\\&-\frac{3\varepsilon^{11/2}}{16k^4}\left(18A|A|^2(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)^2+12A^*|A|^2(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)+4A^3\partial_Z A\left(\partial_Z A^*\right)^3+A^{*^3}(\partial_Z A)^4\right)\\&-i\frac{15\varepsilon^6}{32\kappa^5}\left(4|A|^2(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)^2+2A^2(\partial_Z A)^2\left(\partial_Z A^*\right)^3+A^{*^2}\left(\partial_Z A^*\right)(\partial_Z A)^4\right)\\&-\frac{5\varepsilon^{13/2}}{64\kappa^6}\left(4A(\partial_Z A)^3\left(\partial_Z A^*\right)^3+3A^*(\partial_Z A)^4\left(\partial_Z A^*\right)^2\right)-i\frac{35\varepsilon^7}{128\kappa^7}\left((\partial_Z A)^4\left(\partial_Z A^*\right)^3\right)\Big]e^{-i\kappa t}+c.c.\end{aligned}$$

La balance des termes de O($\varepsilon^{3/2}$) donne :

$$LU_2 = \left(-i\partial_{\tau_1} A - \frac{1}{2\kappa}\partial^2_{z^2} A - 3\Gamma_1 |A|^2 A\right)\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} e^{-i\kappa t} + cc. \quad \text{(IV.10)}$$

Il est à noter que pour une faible variation des termes autour de U_2 et avec $\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}e^{-i\kappa t}$ dans l'espace non nul de L, nous obtenons la condition physique suivante:

$$i\partial_{\tau_1} A + \frac{1}{2\kappa}\partial^2_{z^2} A + 3\Gamma_1 |A|^2 A = 0 \quad \text{(IV.11)}$$

L'équation (IV.11) représente l'équation de Schrödinger non-linéaire (NLS), qui décrit la propagation des impulsions en dehors de la bande interdite du réseau. Cette équation est complètement intégrable par la méthode de la diffusion inverse.

Dans le cas où les effets d'ordre élevé seront considérés, les termes perturbatifs présents dans l'équation (IV.3) doivent être ajoutés à l'équation de Schrödinger (NLS).

En continuant cette étude sur l'impact des effets non-linéaires d'ordre élevé ainsi que la balance des termes O(ε^2) et en utilisant l'équation (IV.11), on trouve :

$$LU_3 = \left(i\frac{\Gamma_1}{2\kappa}\left(2|A|^2\partial_z A + A^2\partial_z A^*\right) + \frac{1}{4\kappa^2}\partial^3_{z^3} A\right)\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} e^{-i\kappa t} + cc. \quad \text{(IV.12)}$$

La solution de cette équation est :

$$U_3 = -i\frac{1}{4\kappa^2}\left(2\Gamma_1(|A|^2 A) + \frac{1}{2\kappa}\partial^3{}_z A\right)\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} e^{-i\kappa t} + cc \quad \text{(IV.13)}$$

Par conséquence l'équation non-linéaire de Schrödinger perturbé (PNLS) résultante s'écrit comme suit :

$$i\partial_{\tau_1} A + \frac{1}{2\kappa}\partial^2_{z^2} A + 3\Gamma_1 |A|^2 A + i\frac{1}{8\kappa^3}\partial^3_{z^3} A + i\frac{\Gamma_1}{2\kappa^2}\partial_z\left(|A|^2 A\right) = 0 \quad \text{(IV.14)}$$

On note que ce modèle d'équation a été déjà traité par K. Mezghiche et al. [8]. Ils ont adopté la méthode de l'amplitude complexe des solitons combinés présentée par Li et al. [15] et les solutions trouvées sont des ondes solitaires analytiques de type soliton brillant et soliton sombre.

Pour mieux décrire la génération des solitons Bragg auprès de la bande photonique (PBG) dans un milieu périodique a non linéarité Kerr, nous continuons le développement des termes $O(\varepsilon^{5/2})$.

L'équation résultante se présente comme suit:

$$i\partial_{\tau_1} A+\frac{1}{2\kappa}\partial^2_{z^2}A+3\Gamma_1|A|^2A+i\frac{1}{8\kappa^3}\partial^3_{z^3}A+i\frac{\Gamma_1}{2\kappa^2}\partial_z\left(|A|^2A\right)+\frac{1}{16\kappa^4}\partial^4_{z^4}A+\frac{5\Gamma_2}{\kappa}|A|^4A=0 \qquad \text{(IV.15)}$$

Cette équation a été résolue analytiquement par Senthilnathan et al. [17]. la méthode de couplage amplitude-phase a été adoptée et la formation d'un soliton brillant a été démontrée.

En continuant l'ajout des termes perturbatifs $O(\varepsilon^3)$, nous arrivons à l'équation résultante suivante:

$$i\partial_{\tau_1} A+\frac{1}{2\kappa}\partial^2_{z^2}A+3\Gamma_1|A|^2A+i\frac{1}{8\kappa^3}\partial^3_{z^3}A+i\frac{\Gamma_1}{2k^2}\partial_z\left(|A|^2A\right)+\frac{1}{16\kappa^4}\partial^4_{z^4}A+\frac{5\Gamma_2}{\kappa}|A|^4A$$
$$-i\frac{\Gamma_2}{2\kappa^2}\partial_z\left(|A|^4A\right)=0 \qquad \text{(IV.16)}$$

Et finalement, toujours en adoptant la même méthode concernant les termes $O(\varepsilon^{7/2})$, on obtient l'équation non-linéaire de Schrödinger perturbé (PNLS) a non-linéarité d'ordres élevés suivante:

$$i\partial_z A+\alpha_1\partial^2_{t^2}A+\alpha_2|A|^2A+i\alpha_3\partial^3_{t^3}A+\alpha_4\partial^4_{t^4}A+i\alpha_5\partial_t\left(|A|^2A\right)+\alpha_6|A|^4A-i\alpha_7\partial_t\left(|A|^4A\right)+$$
$$\alpha_8|A|^6A-i\alpha_9\partial_t\left(|A|^6A\right)=0 \qquad \text{(IV.17)}$$

L'équation (IV.17) décrit la propagation non-linéaire des impulsions femto-secondes voisines mais en dehors de la bande interdite du réseau de Bragg fibré où $\tau_1 = z$ et Z= t. Les paramètres physiques α_i (avec $i=1,..,9$) représentent des paramètres réels donnés par les relations suivantes :

$$\alpha_1=\frac{1}{2\kappa},\alpha_2=3\Gamma_1,\alpha_3=\frac{1}{8\kappa^3},\alpha_4=\frac{1}{16\kappa^4},\alpha_5=\frac{\Gamma_1}{2\kappa^2},\alpha_6=\frac{5\Gamma_2}{\kappa},$$
$$\alpha_7=\frac{\Gamma_2}{2\kappa^2},\alpha_8=\frac{35\Gamma_3}{2\kappa},\ \alpha_9=\frac{5\Gamma_3}{4\kappa^2} \qquad \text{(V.18)}$$

L'équation (IV.17) inclut les effets non-linéaires et les effets de dispersion d'ordres supérieurs. Les termes proportionnels a α_1, α_3 α_4 sont la dispersion (GVD), le troisième ordre de dispersion (TOD) et le quatrième ordre de dispersion (FOD) respectivement. Les termes proportionnels a α_2, α_5 sont l'auto-modulation de phase et l'auto- raidissement de phase respectivement. Les termes proportionnels a α_6, α_7, représentent les effets non-linéaires de cinquième ordre. Les termes proportionnels a α_8, α_9, représentent les effets non-linéaires de septième ordre.

Ce nouveau modèle d'équations (IV.17), que nous avons atteint présente notre base de travail de recherche. Cependant ce modèle d'équation n'est pas complètement intégrable à cause de l'ordre supérieur de la non-linéarité et de la dispersion en même temps, et ne peut pas être résolue par la méthode de la transformation inverse.

Pour résoudre ce modèle d'équation, on a adopté la méthode de l'amplitude complexe des solitons combinés présentée par Li et al. [15]. Cette méthode permet de dériver la forme de la solution combinée qui est la superposition entre deux amplitudes de soliton noir et brillant, de tel sorte que la forme W-Shape [8,15] de l'onde solitaire apparait avec des conditions sur les paramètres physiques de l'équation non-linéaire.

IV.4. RESOLUTION DE L'EQUATION NON-LINEAIRE PERTURBEE (PNLS)

Afin d'établir les solutions analytiques des ondes solitaires de l'équation de Schrödinger non-linéaire perturbée (IV.17) que nous avons obtenu précédemment, la méthode de l'amplitude complexe des solitons combinés présentée par Li et al. [15] a été utilisée. Cette méthode présente la forme combinée de la solution qui est la superposition entre deux amplitudes de soliton noirs et brillants, avec une valeur asymptotique ne s'approche pas au zéro lorsque le temps s'approche à l'infini.

La solution de l'amplitude complexe s'écrit sous la forme [15] :

$$A(z,t) = q(z,t)\exp(i\phi_L(z,t)) \qquad \text{(IV.19)}$$

Où *q(z,t)* présente la fonction de l'enveloppe complexe et $\phi_L(z,t) = kz - \omega t$ le shift linéaire de la phase. En insérant cette solution dans l'équation (IV.17) et en enlevant le terme exponentiel, l'équation résultante prend la forme suivante :

$$i\partial_z q + a_1 q - ia_2\partial_t q + a_3\partial_{t^2}^2 q + ia_4\partial_{t^3}^3 q + a_5|q|^2 q + ia_6|q|^2\partial_t q + ia_7 q^2\partial_t q^* + a_8|q|^4 q$$
$$- ia_9|q|^4\partial_t q - ia_{10}q^2|q|^2\partial_t q^* + a_{11}|q|^6 q - ia_{12}|q|^6\partial_t q - ia_{13}|q|^4 q^2\partial_t q^* + a_{14}\partial_{t^4}^4 q = 0 \quad \text{(IV.20)}$$

Avec :

$$a_1 = -(k + \alpha_1\omega^2 + \alpha_3\omega^3 + \alpha_4\omega^4), a_2 = (2\alpha_1\omega + 3\alpha_3\omega^2 - 4\alpha_4\omega^3), a_3 = (\alpha_1 + 3\alpha_3\omega - 6\alpha_4\omega^2),$$
$$a_4 = \alpha_3 - 4\alpha_4\omega, a_5 = (\alpha_2 + \alpha_5\omega), a_6 = 2\alpha_5, a_7 = \alpha_5, a_8 = (\alpha_6 - \alpha_7\omega), a_9 = 3\alpha_7, a_{10} = 2\alpha_7,$$
$$a_{11} = (\alpha_8 - \alpha_9\omega), a_{12} = 4\alpha_9, a_{13} = 3\alpha_9, a_{14} = \alpha_4 \quad \text{(IV.21)}$$

Nous recherchons mantenant les solutions des ondes solitaires, en utilisant la fonction d'éssai (Ansatz) présentée par Li et al suivante [15] :

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh(P_0(t - \beta_1 z)) + i\rho \sec h[P_0(t - \beta_1 z)] \quad \text{(IV.22)}$$

Où les paramètres P_0 et β_1 sont la largeur de l'impulsion et le décalage de l'inverse de la vitesse de groupe respectivement. Ces paramètres prennent des valeurs réelles, mais β, ρ *et* λ peuvent être des réels ou des nombres complexes. Il est important de mentionné que l'ansatz ci-dessus a également été appliqué avec succès pour certain modèles d'équations (NLS) contenant des termes d'ordre élevé de la non linéarité et de la dispersion [22-24].

Cependant l'amplitude de l'impulsion s'écrit comme suit :

$$|q(z,t)|^2 = (\lambda^2 + \beta^2) + 2\beta\rho \sec h[P_0(t - \beta_1 z)] + (\rho^2 - \lambda^2)\sec h^2[P_0(t - \beta_1 z)] \quad \text{(IV.23)}$$

Et la fonction du déphasage non-linéaire est donnée par :

$$\phi_{NL}(z,t) = \arctan\left(\frac{\beta + \rho \sec h[P_0(t - \beta_1 z)]}{\lambda \tanh[P_0(t - \beta_1 z)]}\right) \quad \text{(IV.24)}$$

Nous commençons notre méthode de résolution par la substitution de l'équation (IV.22) dans l'équation (IV.20). En séparant les termes de *tanh* des termes de *sech*, des coefficients aux

termes indépendants contenants des combinaisons indépendantes de ces fonctions hyperboliques apparaissent et sont égales à zéro.

Après séparation des parties réelles et imaginaires, nous obtenons les 17 équations paramétriques suivantes :

$$\beta\{a_1 + a_5(\lambda^2+\beta^2) + a_8(\lambda^2+\beta^2)^2 + a_{11}(\lambda^2+\beta^2)^3\} = 0 \qquad (1a)$$

$$\rho\{a_1 + a_3 P_0^{\,2} + a_5(\lambda^2+3\beta^2) - 2a_7\beta\lambda P_0 + a_8(\lambda^2+\beta^2)(\lambda^2+5\beta^2) + 2a_{10}(\lambda^2+\beta^2)\lambda\beta P_0 + a_{11}(\lambda^2+\beta^2)^2(\lambda^2+7\beta^2) + 2a_{13}(\lambda^2+\beta^2)^2\lambda\beta P_0 + a_{14}P_0^4\} = 0 \qquad (2a)$$

$$\lambda\{-\beta_1 P_0 - a_2 P_0 + 4a_4 P_0^{\,3} + a_6(\lambda^2+\beta^2)P_0 + a_7(\lambda^2-2\rho^2-\beta^2)P_0 - a_9(\lambda^2+\beta^2)^2 P_0 - a_{10}[(\lambda^2-2\rho^2-\beta^2)(\lambda^2+\beta^2) - 4\beta^2\rho^2]P_0 - a_{12}(\lambda^2+\beta^2)^3 P_0 - a_{13}[(\lambda^2-2\rho^2-\beta^2)(\lambda^2+\beta^2) - 8\beta^2\rho^2]P_0(\lambda^2+\beta^2)\} + \beta\{a_5(3\rho^2-\lambda^2) + a_8[2(\lambda^2+\beta^2)(3\rho^2-\lambda^2) + 4\rho^2\beta^2] + 3a_{11}(\lambda^2+\beta^2)[(\lambda^2+\beta^2)(3\rho^2-\lambda^2) + 4\beta^2\rho^2]\} = 0 \qquad (3a)$$

$$\rho\{-2a_3 P_0^{\,2} + a_5(\rho^2-\lambda^2) + 2a_6\lambda\beta P_0 + a_8[2(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+3\beta^2) + 4\beta^2\rho^2] - 4a_9(\lambda^2+\beta^2)\lambda\beta P_0 - 2a_{10}(2\lambda^2-3\rho^2-\beta^2)\lambda\beta P_0 + a_{11}[3(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+\beta^2)(\lambda^2+5\beta^2) + 4(3\lambda^2+5\beta^2)\beta^2\rho^2] - 6a_{12}(\lambda^2+\beta^2)^2\lambda\beta P_0 - 4a_{13}[(\lambda^2+\beta^2)(2\lambda^2-3\rho^2-\beta^2) - 2\beta^2\rho^2]\lambda\beta P_0 - 20a_{14}p_0^4\} = 0 \qquad (4a)$$

$$\lambda\{-6a_4 P_0^{\,3} + (a_6+a_7)(\rho^2-\lambda^2)P_0 - 2a_9[(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+\beta^2) + 2\beta^2\rho^2]P_0 + 2a_{10}(\rho^2-\lambda^2)^2 P_0 - 3a_{12}(\lambda^2+\beta^2)[(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+\beta^2) + 4\beta^2\rho^2]P_0 - a_{13}(3\lambda^2-4\rho^2-\beta^2)[(\lambda^2+\beta^2)(\rho^2-\lambda^2) + 4\beta^2\rho^2]P_0\} + \beta\{a_8(\rho^2-\lambda^2)(5\rho^2-\lambda^2) + a_{11}[(\rho^2-\lambda^2)\{(\lambda^2+\beta^2)(11\rho^2-3\lambda^2) + 4\rho^2(\lambda^2+4\beta^2)\} + 8\beta^2\rho^4]\} = 0 \qquad (5a)$$

$$\rho\{a_8(\rho^2-\lambda^2)^2 - 4a_9(\rho^2-\lambda^2)\lambda\beta P_0 - 2a_{10}(\rho^2-\lambda^2)\lambda\beta P_0 + 3a_{11}(\rho^2-\lambda^2)[(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+3\beta^2) + 4\beta^2\rho^2] - 4a_{12}[3(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+\beta^2) + 2\beta^2\rho^2]\beta\lambda P_0 + 10a_{13}(\rho^2-\lambda^2)^2\lambda\beta P_0 + 24a_{14}P_0^4\} = 0 \qquad (6a)$$

$$\lambda\{-a_9(\rho^2-\lambda^2)^2 P_0 - a_{10}(\rho^2-\lambda^2)^2 P_0 - 3a_{12}(\rho^2-\lambda^2)[(\rho^2-\lambda^2)(\lambda^2+\beta^2) + 4\beta^2\rho^2]P_0 - a_{13}(\rho^2-\lambda^2)[(\rho^2-\lambda^2)(3\lambda^2-2\rho^2+\beta^2) + 4\beta^2\rho^2]P_0\} + \beta a_{11}(\rho^2-\lambda^2)^2(7\rho^2-\lambda^2) = 0 \qquad (7a)$$

$$\rho\{a_{11}(\rho^2-\lambda^2)^3 - 6a_{12}(\rho^2-\lambda^2)^2\lambda\beta P_0 - 4a_{13}(\rho^2-\lambda^2)^2\lambda\beta P_0\} = 0 \qquad (8a)$$

$$\lambda\{-a_{12}(\rho^2-\lambda^2)^3 P_0 - a_{13}(\rho^2-\lambda^2)^3 P_0\} = 0 \qquad (9a)$$

$$\lambda\left\{a_1 + a_5\left(\lambda^2+\beta^2\right) + a_8\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2 + a_{11}\left(\lambda^2+\beta^2\right)^3\right\} = 0 \qquad (10a)$$

$$\rho\{-\beta_1 P_0 - a_2 P_0 + a_4 P_0^3 + 2a_5\lambda\beta + a_6\left(\lambda^2+\beta^2\right)P_0 - a_7\left(\lambda^2-\beta^2\right)P_0 + 4a_8\left(\lambda^2+\beta^2\right)\lambda\beta - a_9\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2 P_0 + a_{10}\left(\lambda^4-\beta^4\right)P_0 + 6a_{11}\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2\lambda\beta - a_{12}\left(\lambda^2+\beta^2\right)^3 P_0 + a_{13}\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(\lambda^4-\beta^4\right)P_0\} = 0 \qquad (11a)$$

$$\lambda\{-2a_3 P_0^2 + a_5\left(\rho^2-\lambda^2\right) + 2a_8\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(\rho^2-\lambda^2\right) + 2\beta^2\rho^2\right] + 3a_{11}\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(\rho^2-\lambda^2\right) + 4\beta^2\rho^2\right] - 8a_{14}P_0^4\} + \beta\{2a_6\rho^2 P_0 - 2a_7\left(\lambda^2-\rho^2\right)P_0 - 4a_9\left(\lambda^2+\beta^2\right)\rho^2 P_0 + 2a_{10}\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(\lambda^2-\rho^2\right) + \rho^2\left(\lambda^2-\beta^2\right)\right]P_0 - 6a_{12}\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2\rho^2 P_0 + 2a_{13}\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2\left(\lambda^2-\rho^2\right) + 2\rho^2\left(\lambda^4-\beta^4\right)\right]P_0\} = 0 \qquad (12a)$$

$$\rho\{-6a_4 P_0^3 + \left(a_6+a_7\right)\left(\rho^2-\lambda^2\right)P_0 + 4a_8\left(\rho^2-\lambda^2\right)\lambda\beta - 2a_9\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(\rho^2-\lambda^2\right) + 2\rho^2\beta^2\right]P_0 + 6a_{10}\left(\lambda^2-\rho^2\right)\beta^2 P_0 + 4a_{11}\left[3\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + 2\beta^2\rho^2\right]\lambda\beta - 3a_{12}\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(\rho^2-\lambda^2\right) + 4\rho^2\beta^2\right]P_0 + a_{13}\left[10\beta^2\left(\lambda^2-\rho^2\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + 4\beta^2\rho^2\left(\lambda^2-\beta^2\right) + \left(\rho^2-\lambda^2\right)\left(\lambda^4-\beta^4\right)\right]p_0\} = 0 \qquad (13a)$$

$$\lambda\{a_8\left(\rho^2-\lambda^2\right)^2 + 3a_{11}\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left[\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + 4\beta^2\rho^2\right] + 24a_{14}P_0^4\} + \beta\{-4a_9\left(\rho^2-\lambda^2\right)\rho^2 P_0 + 2a_{10}\left(\lambda^2-\rho^2\right)\left(2\rho^2-\lambda^2\right)P_0 - 4a_{12}\left[3\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + 2\beta^2\rho^2\right]\rho^2 P_0 + 2a_{13}\left(\lambda^2-\rho^2\right)\left[\left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(3\rho^2-2\lambda^2\right) + \rho^2\left(7\beta^2-\lambda^2\right)\right]P_0\} = 0 \qquad (14a)$$

$$\rho\{-a_9\left(\rho^2-\lambda^2\right)^2 P_0 - a_{10}\left(\lambda^2-\rho^2\right)^2 P_0 + 6a_{11}\left(\rho^2-\lambda^2\right)^2\lambda\beta - 3a_{12}\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left[\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + 4\beta^2\rho^2\right]P_0 + a_{13}\left(\lambda^2-\rho^2\right)\left[\left(\rho^2-\lambda^2\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + 2\beta^2\left(7\rho^2-5\lambda^2\right)\right]P_0\} = 0 \qquad (15a)$$

$$\lambda\{a_{11}\left(\rho^2-\lambda^2\right)^3\} + \beta\{-6a_{12}\left(\rho^2-\lambda^2\right)^2\rho^2 P_0 - 2a_{13}\left(\lambda^2-\rho^2\right)^2\left(3\rho^2-\lambda^2\right)P_0\} = 0 \qquad (16a)$$

$$\rho\{-a_{12}\left(\rho^2-\lambda^2\right)^3 P_0 + a_{13}\left(\lambda^2-\rho^2\right)^3 P_0\} = 0 \qquad (17a)$$

A l'aide de ces équations paramétriques, nous allons discuter les différents cas possibles nous permettant de distinguer les types de solitons, solution de l'équation (PNLS) d'ordre élevé introduisant les termes non-linéaires de troisième, cinquième et septième ordre.

IV.5. SOLUTIONS POSSIBLES DE SOLITONS BRAGG

Pour obtenir les solutions des ondes solitaires de l'équation non-linéaire de Schrödinger perturbé (IV.17), il faut imposer quelques restrictions au paramètres (ρ, λ), de tel sorte que les équations (1a)-(17a) deviennent compatibles. Pour cela, nous avons le cas des équations (7a)-(9a) et (14a-17a) qui sont compatibles pour : $\rho=\pm\lambda$, avec $\lambda\neq 0$ et $(a_{12}+a_{13})\neq 0$. Si nous choisissons le cas $\rho=\lambda$, la solution obtenue prend la forme suivante :

$$q(z,t) = i\beta + \lambda \tanh[P_0(t-\beta_1 z)] + i\lambda\, \mathrm{sech}[P_0(t-\beta_1 z)] \quad \text{(IV.25)}$$

L'un des paramètres physique de cette solution, la largeur de l'impulsion P_0 peut être déterminée à partir de l'équation (6a) ou (14a) d'où on trouve :

$$P_0 = \left(\frac{a_{12}}{3a_{14}}\right)^{1/3} \beta\lambda \quad \text{(IV.26)}$$

Avec l'utilisation des équations (IV.18) et (IV.21), l'équation (IV.26) devient :

$$P_0 = \left(\frac{80\Gamma_3\kappa^2}{3}\right)^{1/3} \beta\lambda \quad \text{(IV.27)}$$

Le vecteur d'onde k peut être déterminé à partir des équations (1a) ou (10a) :

$$k = -\left(\alpha_1\omega^2 + \alpha_3\omega^3 + \alpha_4\omega^4\right) + \left(\alpha_2 + \alpha_5\omega\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + \left(\alpha_6 - \alpha_7\omega\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2 + \left(\alpha_8 - \alpha_9\omega\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right)^3 \quad \text{(IV.28)}$$

Avec l'utilisation de l'équation (IV.18), le vecteur d'onde k s'écrit comme suit :

$$k = -\left(\frac{\omega^2}{2\kappa} + \frac{\omega^3}{8\kappa^3} + \frac{\omega^4}{16\kappa^4}\right) + \left(3\Gamma_1 + \frac{\Gamma_1}{2\kappa^2}\omega\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right) + \left(\frac{5\Gamma_2}{\kappa} - \frac{\Gamma_2}{2\kappa^2}\omega\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right)^2 + \left(\frac{35\Gamma_3}{2\kappa} - \frac{5\Gamma_3}{4\kappa^2}\omega\right)\left(\lambda^2+\beta^2\right)^3 \quad \text{(IV.29)}$$

L'équation (11a) va permettre l'obtention du paramètre 'β_1':

$$\beta_1 = -a_2 + a_4 P_0^2 + 2a_5 P_0^{-1}\lambda\beta + \left(\lambda^2+\beta^2\right)\left(a_6 + 4a_8 P_0^{-1}\lambda\beta + a_{13}\left(\lambda^4-\beta^4\right)\right) + \left(\lambda^2+\beta^2\right)^2\left(6a_{11}P_0^{-1}\lambda\beta - a_9\right) - a_7\left(\lambda^2-\beta^2\right) + a_{10}\left(\lambda^4-\beta^4\right) - a_{12}\left(\lambda^2+\beta^2\right)^3 \quad \text{(IV.30)}$$

Et avec l'aide des équations (IV.18) et (IV.21), on trouve :

$$\beta_1 = \left(\frac{\omega^3}{4\kappa^4} - \frac{3\omega^2}{8\kappa^3} - \frac{\omega}{\kappa}\right) + \left(\frac{1}{8\kappa^3} - \frac{\omega}{4\kappa^4}\right)P_0^2 + \left(6\Gamma_1 + \frac{\Gamma_1\omega}{\kappa^2}\right)P_0^{-1}\lambda\beta - \frac{\Gamma_1}{2\kappa^2}\left(\lambda^2 - \beta^2\right) + \frac{\Gamma_2}{\kappa^2}\left(\lambda^4 - \beta^4\right) +$$
$$\left(\frac{\Gamma_1}{\kappa^2} + \left(\frac{20\Gamma_2}{\kappa} - \frac{2\Gamma_2\omega}{\kappa^2}\right)p_0^{-1}\beta\lambda + \frac{15\Gamma_3}{4\kappa^2}\left(\lambda^4 - \beta^4\right)\right)\left(\lambda^2 + \beta^2\right) + \left(\left(\frac{105\Gamma_3}{\kappa} - \frac{15\Gamma_3\omega}{2\kappa^2}\right)P_0^{-1}\lambda\beta - \frac{3\Gamma_2}{2\kappa}\right)\left(\lambda^2 + \beta^2\right)^2$$
$$-\frac{5\Gamma_3}{\kappa^2}\left(\lambda^2 + \beta^2\right)^3$$

(IV.31)

Finalement, à partir de l'équation (5a) on obtient 'ω' :

$$\omega = \frac{\alpha_3}{3\alpha_4} + \frac{\alpha_7}{2\alpha_9}\left(\frac{4\alpha_9}{3\alpha_4}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{2}\left(\frac{4\alpha_9}{3\alpha_4}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\lambda^2 + \beta^2\right) - \frac{\alpha_8}{3\alpha_9} \qquad \text{(IV.32)}$$

En substituant les coefficients α_i (avec $i=1,..,9$) de l'équation (IV.18) dans l'équation (IV.32) on trouve:

$$\omega = \left(\frac{80\Gamma_3\kappa^2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\Gamma_2}{5\Gamma_3} + \frac{3}{2}\left(\lambda^2 + \beta^2\right)\right) - 4\kappa \qquad \text{(IV.33)}$$

Et l'intensité de l'onde solitaire obtenue est donnée par :

$$|q(z,t)|^2 = \left(\lambda^2 + \beta^2\right) + 2\beta\lambda \, sec\,h\left[P_0\left(t - \beta_1 z\right)\right] \qquad \text{(IV.34)}$$

On constate que la solution obtenue (IV.34) admet deux types de solitons :

si $\beta\lambda < 0$,la solution prend la forme d'un soliton noir, par contre si $\beta\lambda > 0$ la solution prend la forme d'un soliton brillant.

IV.6. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié analytiquement l'existence des ondes solitaires dans un réseau de Bragg fibré en régime femto-secondes, où la propagation des impulsions est décrite par un système d'équations des modes couplés incluant des termes d'ordre élevé de non linéarités de troisième, cinquième et septième ordre. Afin de résoudre ce système d'équations

non intégrables, nous avons utilisé en premier la méthode perturbative multi-échelle qui a permis la réduction de ce système d'équations non linéaire couplées (NLCME) en une équation dite l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS). Cette dernière décrit la propagation non linéaire des impulsions aux bords de la zone du gap de la bande photonique. La résolution de cette équation compliquée contenant des termes non-Kerr et des termes de dispersion de troisième et quatrième ordre a nécessité l'application de la fonction de l'amplitude complexe combinée. Les solutions obtenues sont de type solitons noirs et brillants. En outre, nous avons également présenté les conditions d'existence de ces solutions ainsi que leurs importants paramètres physiques tels que la puissance et la largeur de l'impulsion.

IV.7. REFERENCES

[1] A.B. Aceves and S. Wabnitz, ‘‘Self-induced transparency solitons in nonlinear refractive periodic media’’, Phys. Lett. 141 37-42(1989).

[2] C. M. De Sterke and J. E. Sipe, “Gap solitons”, in: Progress in Optics, Vol. 33, 203-260(1994).

[3] B. J. Eggleton, R. E. Slusher, C. M. de Sterke, P. A. Krug, and J. E. Sipe, “Bragg grating solitons”, Phys. Rev. Lett. 76 1627-30(1996).

[4] D. Taverner, N. G. R. Broderick, D. J. Richardson, R. I. Laming, M. Ibsen. “Nonlinear self-switching and multiple gap soliton formation in a fiber Bragg grating”, Opt. Lett. 23 328-30(1998).

[5] B. J. Eggleton, C. M. de Sterke, R. E. Slusher, “Nonlinear pulse propagation in Bragg gratings”, J. Opt. Soc. Am. B 14 2980-93(1997).

[6] J. E. Sipe and H. G. Winful; “Nonlinear Schrödinger solitons in a periodic structure”, Opt. Lett. 13 132-3(1988).

[7] D. N. Christodoulides et R. I. Joseph. « Slow Bragg solitons in nonlinear periodic structures ». Phys. Rev. Lett. 62 (15), 1746 (1989).

[8] K. Mezghiche, F. Azzouzi and A. El-Akrmi, “A simple ansatz for obtaining exact solutions of high dispersive nonlinear Schrödinger equations in fiber Bragg gratings”, Chaos, Solitons and Fractals 41 491-496(2009).

[9] S. Dasanayaka and J. Atai, “Stability of Bragg grating solitons in a cubic–quintic nonlinear medium with dispersive reflectivity”, Phys. Lett. A 375 225-229(2010).

[10] Md Jahedul Islam and J. Atai, “Stability of gap solitons in dual-core Bragg gratings with cubic-quintic nonlinearity”, *Laser Phys. Lett.* 12 015401(2015).

[11] Y. F. Chen, K. Beckwitt, F. Wise, B. G. Aitken, J. S. Sanghera and I. D. Aggarwal, “Measurement of fifth- and seventh-order nonlinearities of glasses”, J. Opt. Soc. Am. B 23 347-352(2006).

[12] Y. Yosia, Shum Ping, “Double optical bistability and its application in nonlinear chalcogenide-fiber Bragg gratings”, Physica B 394 293-296(2007).

[13] C.M. Bender, S. Orszag, “Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers”, McGraw-Hill, New York, (1978).

[14] Alejandro B. Aceves, Gadi Fibich, Boaz Ilan, “Gap-soliton bullets in waveguide gratings”, Physica D 189 277-286(2004).

[15] Z. Li, L. Li, H. Tian, G. Zhou, "New types of solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation", Phys. Rev. Lett. 84, No. 18 4096-4099(2000).

[16] N. M. Litchinitser, B. J. Eggleton, C. M. de Sterke, A. B. Aceves, Govind P. Agrawal, "Interaction of Bragg solitons in fiber gratings", J. Opt. Soc. Am. B 16, No. 1, 18-23(1999).

[17] K. Senthilnathan, P. Ramesh Babu, K. Porsezian, V. Santhanam, S. Gnanasekaran, "Grating solitons near the photonic bandgap of a fiber Bragg grating", Chaos, Solitons and Fractals 33 523-531(2007).

[18] JE. Sipe, HG. Winful, "Nonlinear Schrödinger solitons in periodic structure". Opt. Lett. 13 132-4(1988).

[19] HG. Winful, JH. Marburger, E. Gamire, "Theory of bistability in nonlinear distributed feedback structures", Appl. Phys. Lett. 35 379-81(1979).

[20] Aceves AB. In: Porsezian K, Kuriakose VC, editors. "Recent advances in optical solitons: theory and experiments". Lecture notes in physics, vol. 613. Berlin, Germany: Springer-Verlag; (2003).

[21] C.M. Bender, S. Orszag, "Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers", McGraw-Hill, New York, (1978).

[22] A. K. Sarma, Solitary wave solutions of higher-order NLSE with Raman and self-steepening effect in a cubic-quintic-septic medium, Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.14 3215-3219(2009).

[23] H. Triki, T. R. Taha, "Solitary wave solutions for a higher order nonlinear Schrödinger equation", Mathematics and Computers in Simulation 82 1333-1340 (2012).

[24] F. Azzouzi, H. Triki, K. Mezghiche, A. El Akrmi, "Solitary wave solutions for high dispersive cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation", Chaos, Solitons and Fractals. 39 1304-1307(2009).

CONCLUSION GENERALE

Les travaux de recherche menés au cours de cette thèse ont majoritairement porté sur une étude théorique et numérique de la propagation non-linéaire des impulsions solitoniques dans la fibre optique et le réseau de Bragg fibré et ceci dans le cadre d'applications en télécommunications optiques à haut débit.

Notre étude nous a conduites en particulier au traitement de la dynamique non-linéaire des solitons Bragg dans un réseau de Bragg fibré en régime femto-seconde, où la propagation des impulsions pouvait être modélisée par un système d'équations des modes couplés présentant des termes de non linéarité d'ordre élevé. Cependant, l'introduction de ces termes change la nature du système qui devient non intégrable. L'obtention des solutions correspondantes peut se faire soit au moyen d'une approche purement numérique, soit au moyen de techniques semi-analytique. La réalisation de ce projet a comporté les deux étapes clés suivantes:

En premier, nous avons utilisé la méthode de la transformée de Fourier à pas divisé pour simuler et analyser l'influence de l'effet de perte sur la dynamique de propagation des solitons optiques. Nous nous sommes retrouvés devant une amplitude du soliton qui diminue énormément le long de la fibre en présence de perte et en son absence, le soliton reste stable et se propage sans distorsion. Les pertes étant un facteur limitatif qui réduit la puissance du soliton et par conséquent limite les performances de la transmission optique par soliton sur les longues distances et ceci confirme la nécessité de l'amplification optique localisée afin de compenser l'atténuation de la fibre dans les télécommunications optique. Ensuite, nous nous sommes intéressés à l'effet de l'interaction entre les solitons fondamentaux et aussi à l'influence de différents paramètres. Clairement présentée au chapitre 3, l'interaction des solitons dépend fortement des deux paramètres qui sont l'amplitude relative et la phase. D'après les figures, deux solitons proches pouvaient interagir fortement d'où on assiste au phénomène de déformation par attirance ou répulsion. Pour limiter cette interaction qui est néfaste pour les transmissions optique, il est nécessaire d'espacer fortement les impulsions successives, ce qui conduit à une réduction du débit. Nous remarquons que l'effet d'une différence d'amplitude entre les deux solitons en phase présentait une propagation en parallèle sans collision ni répulsion des deux solitons.

L'évolution des solitons d'ordre supérieurs a été aussi étudiée et elle a montré clairement une succession de collision et d'éclatements.

Dans la deuxième partie, nous avons étudié analytiquement l'existence des ondes solitaires dans un réseau de Bragg fibré en régime femtosecondes, où la propagation des impulsions est décrite par un système d'équations des modes couplés incluant des termes d'ordre élevé, des non linéarités de troisième, cinquième et septième ordre. Afin de résoudre ce système d'équations nous avons utilisé en premier la méthode perturbative multi-échelle et le système d'équations non linéaires couplées (NLCME) s'est réduit en une seule équation dite l'équation de Schrödinger non linéaire perturbée (PNLS) qui décrit la propagation non linéaire des impulsions aux bords de la zone du gap de la bande photonique. Ensuite, nous avons appliqué la fonction de l'amplitude complexe combinée pour résoudre cette équation compliqué qui contient des termes non-Kerr et des termes de dispersion de troisième et quatrième ordre. Les solutions obtenues sont de type solitons noirs et solitons brillants. En outre, nous avons également présenté les conditions d'existences de ces solutions et leurs paramètres physiques importants tels que la puissance et la largeur d'impulsion.

Finalement, les travaux de recherche entrepris dans le cadre de cette thèse, peuvent envisager de nombreuses perspectives, qui méritent à notre avis d'être approfondies et ceci concerne les aspects théoriques suivants :

- L'étude de la stabilité des solitons Bragg,
- L'étude de l'interaction entre les solitons Bragg
- Le développement d'une technique numérique pour résoudre les équations des modes couplés non-linéaires à ordre élevé.